



Universidad
Carlos III de Madrid

Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de
Estructuras

TRABAJO FIN DE GRADO

Modelos de celda aplicados a materiales dúctiles
con comportamiento termoviscoplastico

Ingeniería Mecánica

Sara del Pozo Llamas

Dirigido por: Dra. Guadalupe Vadillo Martín

Resumen

En este trabajo se analizará la adecuación de los modelos de celda propuestos por Gurson-Tvergaard para materiales dúctiles al comportamiento termoviscoplastico de los mismos. Se analizará la influencia de la sensibilidad a la deformación y de la sensibilidad a la velocidad de deformación plástica mediante los parámetros n y C de la ley de Johnson-Cook para el acero 4340.

Por otra parte se comparará cuánto influye la elección de los parámetros q_1 y q_2 del modelo de Gurson-Tvergaard-Needleman en casos con diferentes velocidades de deformación plástica equivalente de referencia.

Para hacer esto se presentarán los materiales dúctiles y su comportamiento, se explicarán los criterios de plastificación, comportamiento y fallo del material utilizado y finalmente se comentarán los resultados obtenidos para cada caso analizado.

Esto supone una continuación en la línea de investigación desarrollada por el departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras en cuanto al comportamiento de materiales dúctiles y la implementación del mismo en códigos comerciales de elementos finitos para la posterior resolución de problemas complejos.

Abreviaturas utilizadas

$\tau_{m\acute{a}x}$	Tensión tangencial máxima.
σ_Y	Límite elástico o de fluencia.
σ_1	Tensión principal mayor.
σ_2	Tensión principal intermedia.
σ_3	Tensión principal menor.
J_2	Segundo invariante del tensor de tensiones desviadoras.
Σ_e	Tensión equivalente o efectiva.
A	Límite elástico a temperatura ambiente (MPa).
B	Módulo de endurecimiento (MPa).
C	Sensibilidad a la velocidad de deformación.
$\bar{\epsilon}^p$	Deformación plástica equivalente.
n	Sensibilidad a la deformación plástica. Afecta al endurecimiento plástico.
$\dot{\bar{\epsilon}}^p$	Velocidad de deformación plástica equivalente (s^{-1}).
$\dot{\bar{\epsilon}}_0$	Velocidad de deformación plástica equivalente de referencia (s^{-1}).
θ^*	Temperatura homóloga.
m	Coeficiente de ablandamiento térmico.
θ	Temperatura (K).
θ_0	Temperatura de referencia (K).
θ_m	Temperatura de fusión (K).
Φ	Función de plastificación.
Σ_h	Tensión hidrostática.
f	Fracción de porosidad.
f_0	Fracción de porosidad inicial.
f^*	Fracción de porosidad modificada.
q_1, q_2	Parámetros de ajuste.
σ_1	Constante.
D	Constante.
V_{hueco}	Volumen de vacío en la celda.
V_{total}	Volumen total de la celda unitaria.
r_0	Radio inicial del hueco esférico.
R_0	Radio inicial de la celda cilíndrica.
R	Radio de la celda cilíndrica.
L_0	Semialtura inicial de la celda cilíndrica.
L	Semialtura de la celda cilíndrica.
π	Constante.
U_1	Desplazamiento en la dirección radial.
U_2	Desplazamiento en la dirección vertical.
E_{11}	Deformación principal en la dirección radial.
E_{22}	Deformación principal en la dirección vertical.
E_{33}	Deformación principal en la dirección circunferencial.
E_e	Deformación efectiva
\dot{E}_{11}	Velocidad de deformación en la dirección radial.
\dot{E}_{22}	Velocidad de deformación en la dirección vertical.
\dot{E}_{33}	Velocidad de deformación en la dirección circunferencial.
Σ_{11}	Tensión principal radial.
Σ_{22}	Tensión principal vertical.
Σ_{33}	Tensión principal circunferencial.
T	Triaxialidad.
ρ	Relación entre tensión radial y vertical.
\dot{u}_r	Velocidad de desplazamiento en la dirección radial.
\dot{u}_z	Velocidad de desplazamiento en la dirección vertical.

$\dot{\Sigma}_{11}$	Variación de tensiones principales en la dirección radial.
$\dot{\Sigma}_{22}$	Variación de tensiones principales en la dirección vertical.
$\dot{\Sigma}_{33}$	Variación de tensiones principales en la dirección circunferencial.
E	Módulo de Young (MPa).
ν	Coeficiente de Poisson.
ρ_0	Densidad (Kg/m ³).
χ	Coeficiente de Quinney-Taylor.
c_p	Calor específico (m ² K ⁻¹ s ⁻²).
α	Coeficiente de dilatación térmica (K ⁻¹).
Σ	Tensor de tensiones.
Σ'	Tensor de tensiones desviadoras de Cauchy.
f_c	Daño crítico en el que comienza la coalescencia.
f_u	Daño final. $f_u = 1/q_1$
f_F	Daño de pérdida total de resistencia.

Índice general

Resumen.....	2
Abreviaturas utilizadas.....	3
Índice general	5
1. Objetivos e introducción.....	6
1.1 <i>Materiales dúctiles</i>	6
1.2 <i>Fractura dúctil</i>	7
1.3 <i>Modelos de celda.....</i>	8
1.4 <i>Método de elementos finitos.....</i>	8
2. Plasticidad.....	9
2.1 <i>Superficies de plastificación.....</i>	9
2.1.1 Criterio de Tresca o teoría de la tensión tangencial máxima.....	9
2.1.2 Criterio de Von Mises.	9
2.2 <i>Modelos de comportamiento.</i>	10
2.2.1 Johnson y Cook.	10
3. Modelos de daño.....	11
3.1 <i>Gurson-Tvergaard.....</i>	11
3.2 <i>Rousselier.....</i>	11
4. Celda con hueco (Von Mises)	12
4.1 <i>Modelización</i>	12
4.2 <i>Resultados</i>	17
5. Celda sin hueco (Gurson-Tvergaard).....	29
5.1 <i>Modelización.....</i>	29
5.2 <i>Resultados</i>	32
6. Adecuación de los parámetros de Gurson a un caso con dependencia con la velocidad de deformación	44
6.1 <i>Modelización</i>	44
6.2 <i>Resultados</i>	45
7. Conclusiones y trabajos futuros.....	49
7.1 <i>Influencia de los parámetros n y C en el comportamiento del material.</i>	49
7.2 <i>Adecuación de los parámetros q_1 y q_2.....</i>	50
7.3 <i>Trabajos futuros.....</i>	50
8. Referencias (bibliografía)	51
Anexo I: Ecuaciones constitutivas del modelo de Gurson.	53

1. Objetivos e introducción

Este trabajo tiene como primer objetivo ver cómo influyen los parámetros de la ley de Johnson-Cook de un material dúctil en la curva tensión-deformación y en la porosidad del mismo. Esta ley modela el comportamiento del material dependiendo de la deformación, la velocidad de deformación y la temperatura a la que esté sometido. Al introducir el comportamiento del material en el software de elementos finitos es necesario hacerlo mediante una subrutina de usuario que conlleva problemas numéricos al trabajar con variaciones de temperatura. Por eso en este trabajo nos centraremos en las propiedades relacionadas con la deformación y la velocidad de deformación.

Se analizará la influencia del endurecimiento por deformación y por velocidad de deformación tanto en una celda unitaria de material con una función de plastificación según Von Mises y con un microvacío en su interior como en una celda unitaria homogénea con una función de plastificación según el modelo de Gurson.

El segundo objetivo del proyecto es analizar la adecuación de la extrapolación de los parámetros q_1 y q_2 utilizados para casos estáticos del modelo de Gurson-Tvergaard a casos en los que la velocidad de deformación del material no se mantiene constante. Esto significa que se verá cuánto influye la velocidad de deformación en los parámetros q_1 y q_2 que utiliza el modelo de Gurson-Tvergaard. Para ello se considerarán constantes los parámetros q_1 y q_2 y se verá la influencia que tienen en las curvas de comportamiento del material.

1.1 Materiales dúctiles

Los materiales dúctiles como el acero, el aluminio o el hierro son muy utilizados en ingeniería por sus propiedades mecánicas. Estos materiales generalmente se considera que presentan un comportamiento elastoplástico, es decir, que sometidos a un estado de cargas que provoquen tensiones por debajo de su límite elástico sólo se producen deformaciones reversibles, sin embargo si el estado de cargas supera el límite elástico del material se producen deformaciones tanto elásticas como plásticas.

Las deformaciones elásticas son reversibles y el material recuperará esa parte de deformación una vez retirada la carga. Por el contrario las deformaciones plásticas son irreversibles y el material permanecerá deformado incluso tras retirar la carga.

Los materiales dúctiles presentan típicamente endurecimiento por deformación, lo cual implica que a medida que se deforma el material se vuelve más difícil de seguir deformando, se necesita más tensión para obtener la misma deformación.

Si la deformación del material presenta además una dependencia con la velocidad a la que se produzca dicha deformación se dirá que tiene un comportamiento viscoplástico y esa variable deberá estar presente a la hora de definir una ley de comportamiento para el mismo.

Si la temperatura a la que se encuentra el material también afecta al comportamiento del mismo (lo que suele pasar ya que un material caliente se deforma más rápido que uno frío) su comportamiento es termoviscoplastico y la temperatura se convierte en una nueva variable a tratar.

Como ventaja estos materiales son aptos para conformarlos mediante deformación plástica y si una vez en servicio se someten a elevadas tensiones se puede apreciar macroscópicamente una gran deformación antes de la rotura, lo que puede servir de alerta ante la rotura definitiva.

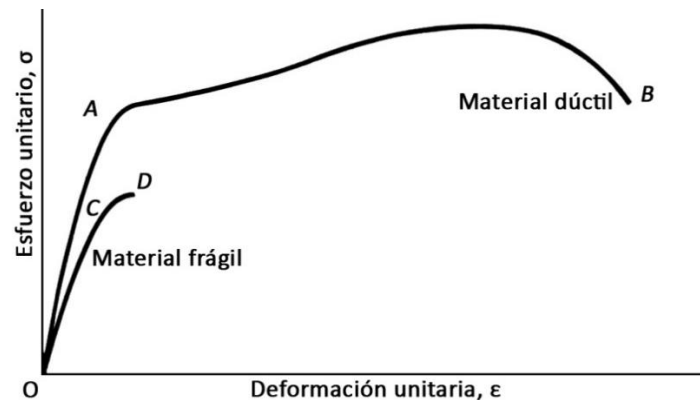


Figura 1.1: Comparación en la curva tensión-deformación de materiales frágiles y dúctiles.[14]

1.2 Fractura dúctil

En la deformación plástica (permanente) de un material se pueden incluir como responsables los movimientos microscópicos de dislocaciones y la nucleación, crecimiento y coalescencia de microvacíos.

En materiales dúctiles se produce lo denominado fractura dúctil, causada principalmente por la nucleación, el crecimiento y la coalescencia de microvacíos en el material. Este proceso se basa en la existencia de heterogeneidades (inclusiones, impurezas) microscópicas en el material que debido al estado tensional del mismo nuclean y comienzan a crecer hasta unirse entre sí y formar una grieta que provoca la rotura del material después de producirse una gran deformación del mismo.

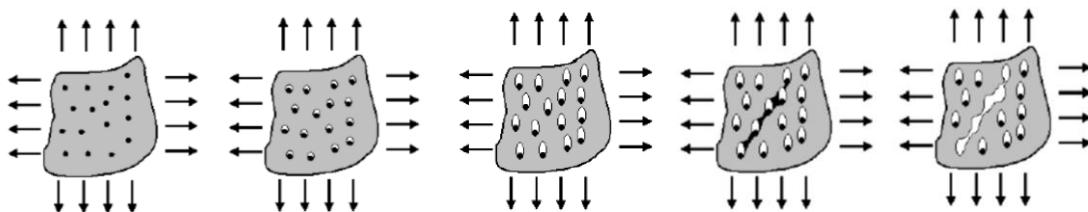


Figura 1.3: Fases de nucleación, crecimiento y coalescencia de microvacíos.[15]

La fase de crecimiento de huecos depende de la triaxialidad del estado tensional al que está sometido el material. Como se podrá comprobar más adelante una baja triaxialidad provoca una situación en la que el vacío inicialmente crece y después comienza a decrecer tras alcanzar un máximo.

1.3 Modelos de celda

Para caracterizar un material dúctil uno de los modelos más extendidos es considerar que se compone de pequeñas celdas unitarias con uno o varios microvacíos en su interior. Esto se debe a que al observar microscópicamente un material dúctil se pueden observar heterogeneidades producidas por inclusiones o impurezas que actuarán como concentradores de tensiones al someter a esfuerzos al material.

Según Tvegaard [2] y Koplik y Needleman [3] estas celdas se pueden considerar prismas hexagonales pero por simplificación se toman como celdas cilíndricas con un hueco esférico en su interior. De esta manera el problema tridimensional pasa a ser bidimensional axisimétrico.

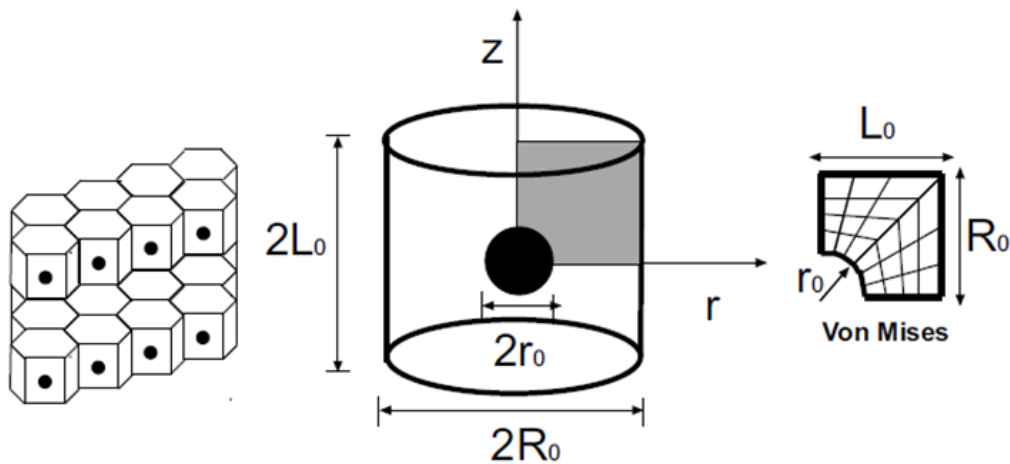


Figura 1.2: Transformación de la celda cilíndrica con un hueco central en un problema axisimétrico.[4]

1.4 Método de elementos finitos

Actualmente para resolver este tipo de problemas se utiliza el método de elementos finitos por ordenador, un método numérico nacido alrededor de 1950 consistente en la división de la geometría a estudiar en pequeños elementos por medio de un mallado. A esto se le suma un conjunto de ecuaciones diferenciales aplicadas a cada elemento que aseguran las condiciones de contorno deseadas. El software utilizado resuelve iterativamente dichas ecuaciones hasta llegar después de varios pasos a una solución final compatible. Tanto la forma como la precisión del mallado tienen una gran influencia en los resultados finales obtenidos tras la simulación.

En este trabajo se ha utilizado el software comercial ABAQUS/Standard con una subrutina de usuario MPC para asegurar las condiciones deseadas. También se ha utilizado una subrutina de usuario para implementar el modelo de Gurson. El uso de estas subrutinas en ocasiones da problemas por causas complejas o difíciles de detectar. Los datos obtenidos en bruto del software tienen que ser tratados posteriormente con vistas a la obtención de gráficas de donde poder extraer conclusiones válidas.

2. Plasticidad

2.1 Superficies de plastificación.

Para saber cuándo un material comienza a plastificar se recurre a criterios de plastificación. Estos criterios plantean una ecuación función de las tensiones a las que está sometido el material que implica la plastificación del mismo cuando se cumple.

Para materiales dúctiles hay varios criterios de plastificación que indican que ha comenzado la deformación plástica, los más utilizados son los siguientes:

2.1.1 Criterio de Tresca o teoría de la tensión tangencial máxima.

Según el criterio de Tresca un material plastifica cuando se alcanza una tensión tangencial máxima (τ_{\max}) igual a la mitad del límite elástico (σ_Y).

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_Y}{2} \rightarrow \sigma_1 - \sigma_3 \geq \sigma_Y \quad (2.1)$$

donde σ_1 y σ_3 son la mayor y la menor tensión principal respectivamente.

2.1.2 Criterio de Von Mises.

Según el criterio de Von Mises un material plastifica cuando el segundo invariante del tensor de tensiones desviadoras J_2 alcanza un tercio del valor del límite elástico al cuadrado.

$$J_2 = \frac{\sigma_Y^2}{3} \quad (2.2)$$

Así, la tensión equivalente de Von Mises expresada en tensiones principales Σ_e queda definida en la ecuación 2.3 y la plastificación del material comienza cuando alcanza el valor del límite elástico.

$$\Sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} \geq \sigma_Y \quad (2.3)$$

Gráficamente se puede observar la diferencia entre estos dos criterios en la figura 2.1, observando cómo el criterio de Tresca es más restrictivo que el de Von Mises.

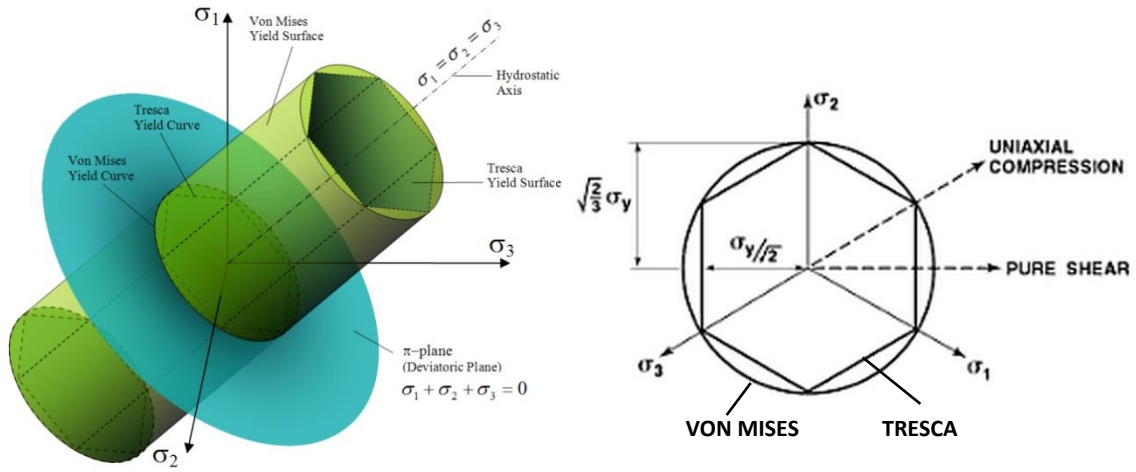


Figura 2.1: Comparación gráfica entre las superficies de plastificación de Tresca y Von Mises.[13][12]

2.2 Modelos de comportamiento.

2.2.1 Johnson y Cook.

El modelo de comportamiento de Johnson-Cook describe el comportamiento de un material dúctil teniendo en cuenta los efectos de la deformación plástica, de la velocidad de deformación plástica y de la temperatura a la que está sometido. Este modelo permite trabajar con grandes deformaciones, temperaturas y velocidades de deformación lo que lo convierten en uno de los modelos más extendidos a la hora de trabajar en códigos de elementos finitos. Además las constantes que dependen del material son fáciles de ajustar experimentalmente. La tensión de fluencia viene dada por la expresión 2.4:

$$\sigma_Y = (A + B(\bar{\epsilon}^p)^n) \left(1 + C \ln \left(\max \left(1, \frac{\dot{\bar{\epsilon}}^p}{\dot{\bar{\epsilon}}_0} \right) \right) \right) (1 - \theta^{*m}) \quad (2.4)$$

siendo σ_Y la tensión de fluencia del material en MPa, $\bar{\epsilon}^p$ la deformación plástica equivalente, $\dot{\bar{\epsilon}}^p$ la velocidad de deformación en s^{-1} , $\dot{\bar{\epsilon}}_0$ la velocidad de deformación de referencia en s^{-1} y A, B, C, m y n constantes propias del material y donde θ^* es la temperatura homóloga y se define como:

$$\theta^* = \frac{\theta - \theta_0}{\theta_m - \theta_0} \quad (2.5)$$

donde θ es la temperatura de trabajo, θ_0 es la temperatura ambiente y θ_m es la temperatura de fusión del material.

3. Modelos de daño

3.1 Gurson-Tvergaard

En el año 1977 Gurson [1] propuso un modelo de daño para materiales dúctiles con microvacíos. Este modelo fue modificado posteriormente por Tvergaard y Needleman [9] [2] [7] para mejorar sus resultados.

El modelo de daño de Gurson-Tvergaard propone asemejar el material dúctil a una sucesión de celdas unitarias cilíndricas de material homogéneo con comportamiento termoviscoplastico que sustituye los vacíos esféricos en su interior por un parámetro f que indica el volumen relativo de vacío en la celda. Este modelo se rige por la siguiente función de plastificación:

$$\Phi(\Sigma_e, \Sigma_h, \sigma_Y, f^*) = \frac{\Sigma_e^2}{\sigma_Y^2} + 2q_1 f^* \cosh\left(\frac{3q_2 \Sigma_h}{2\sigma_Y}\right) - 1 - (q_1 f^*)^2 \quad (3. 1)$$

donde Σ_e es la tensión efectiva de Von Mises, Σ_h es la tensión hidrostática, σ_Y es la tensión de fluencia del material, f^* es la fracción de porosidad modificada y los parámetros q_1 y q_2 ajustan el comportamiento del modelo al comportamiento real dependiendo del material y de la triaxialidad.

Este modelo tiene en cuenta la tensión hidrostática en la superficie de flujo y aparece una componente volumétrica de la deformación plástica que se cuantifica a través de nivel relativo de porosidad. Tiene en cuenta la pérdida de resistencia que depende del nivel de triaxialidad.

3.2 Rousselier

Rousselier [5] propone un modelo de daño menos utilizado en la actualidad que el de Gurson que obedece a la función de plastificación siguiente:

$$\Phi(\Sigma_e, \Sigma_h, \sigma_Y, f) = \frac{\Sigma_e}{(1-f)\sigma_Y} + \frac{\sigma_1}{\sigma_Y} f D \exp\left(\frac{-\Sigma_h}{(1-f)\sigma_1}\right) - 1 = 0 \quad (3. 2)$$

con σ_1 y D constantes.

4. Celda con hueco (Von Mises)

4.1 Modelización

Para observar la influencia de los parámetros n y C de la ley de comportamiento de Johnson-Cook en un material dúctil se procede a crear una celda unitaria cilíndrica con un hueco esférico en su interior. Esta celda y las condiciones de contorno del problema lo convierten en un caso axisimétrico que se puede simplificar como se ve en la figura 4.1.1.

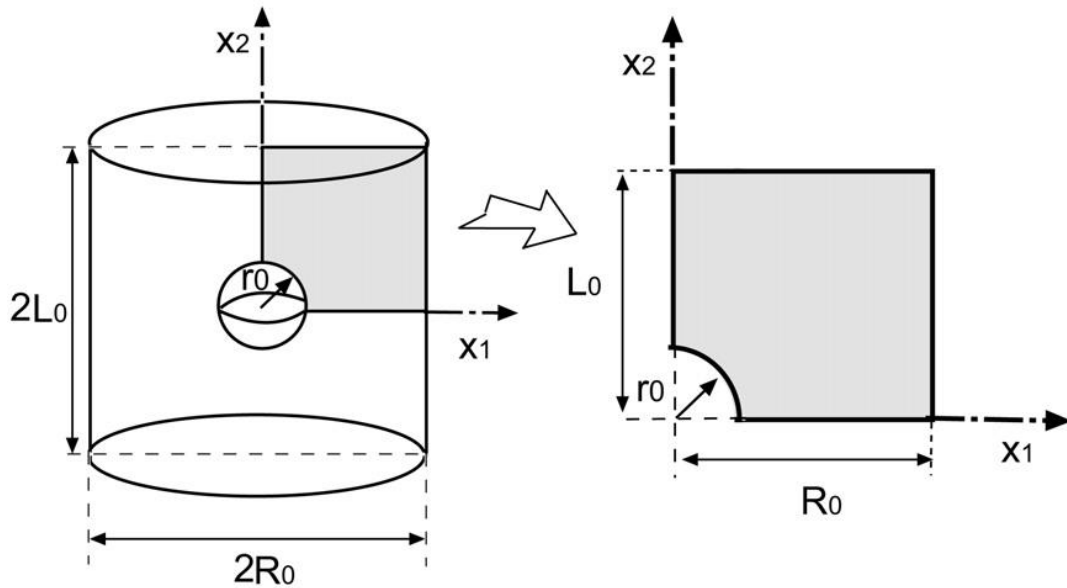


Figura 4.1.1: Celda cilíndrica axisimétrica unitaria con un vacío esférico centrado en su interior.[10]

Para llevar a cabo esta simplificación se considera un cilindro de altura $2L_0$ y radio R_0 con un vacío esférico de radio r_0 en el centro. Tanto L_0 como R_0 tienen valor unitario mientras que r_0 depende del nivel de daño que se vaya a utilizar calculándose de la siguiente manera:

$$f_0 = \frac{V_{hueco}}{V_{total}} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_0^3}{\pi R_0^2 2L_0} \rightarrow r_0 = \sqrt[3]{\frac{3}{2}f_0 R_0^2 L_0} = \sqrt[3]{\frac{3}{2}f_0} \quad (4.1)$$

En nuestro caso se ha utilizado un valor $r_0=0.11447$ para una porosidad inicial $f_0=0.001$ y un valor $r_0=0.22001$ para una porosidad inicial $f_0=0.0071$.

A esta celda se le imponen unos desplazamientos U_1 y U_2 tal como se indica en la figura 4.1.2.

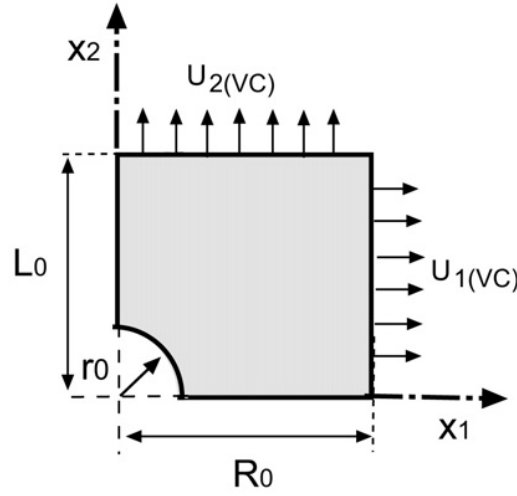


Figura 4.1.2: Desplazamientos impuestos a la celda axisimétrica con hueco.[10]

Las dimensiones finales de la celda deformada R y L quedarán de la siguiente manera:

$$R = R_0 + U_1 \quad (4.2)$$

$$L = L_0 + U_2 \quad (4.3)$$

Las deformaciones principales macroscópicas del material vienen dadas por las siguientes expresiones que relacionan el radio y la longitud de la celda con sus valores iniciales:

$$E_{11} = E_{33} = \ln\left(\frac{R}{R_0}\right) = \ln(1 + U_1) \quad (4.4)$$

$$E_{22} = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right) = \ln(1 + U_2) \quad (4.5)$$

La deformación efectiva se define como:

$$E_e = \frac{2}{3} |E_{22} - E_{11}| \quad (4.6)$$

La velocidad de deformación macroscópica viene dada por:

$$\dot{E}_{11} = \dot{E}_{33} = \frac{\dot{R}}{R} \quad (4.7)$$

$$\dot{E}_{22} = \ln\left(\frac{\dot{L}}{L}\right) \quad (4.8)$$

Por la geometría del problema $\Sigma_{11}=\Sigma_{33}$ y por definición la tensión hidrostática (Σ_h) y la tensión efectiva (Σ_e) tienen las siguientes expresiones:

$$\Sigma_h = \frac{1}{3}(\Sigma_{22} + 2\Sigma_{11}) \quad (4.9)$$

$$\Sigma_e = |\Sigma_{22} - \Sigma_{11}| \quad (4.10)$$

donde Σ_{11} , Σ_{22} y Σ_{33} son las tensiones principales macroscópicas radial, vertical y circunferencial respectivamente.

La triaxialidad puede definirse como la relación entre la tensión hidrostática y la efectiva $T = \frac{\Sigma_h}{\Sigma_e}$ y para un estado tensional cualquiera se puede expresar como:

$$T = \frac{1}{3} \frac{1 + 2\rho}{|1 - \rho|} \quad (4.11)$$

siendo ρ la relación entre las tensiones radial y vertical según la ecuación 4.12.

$$\rho = \frac{\Sigma_{11}}{\Sigma_{22}} = \frac{3T - 1}{2 + 3T} \quad (4.12)$$

Para introducir esta geometría en el software de elementos finitos se ha realizado el mallado que se puede observar en la figura 4.1.3 para los dos valores de porosidad inicial utilizados.

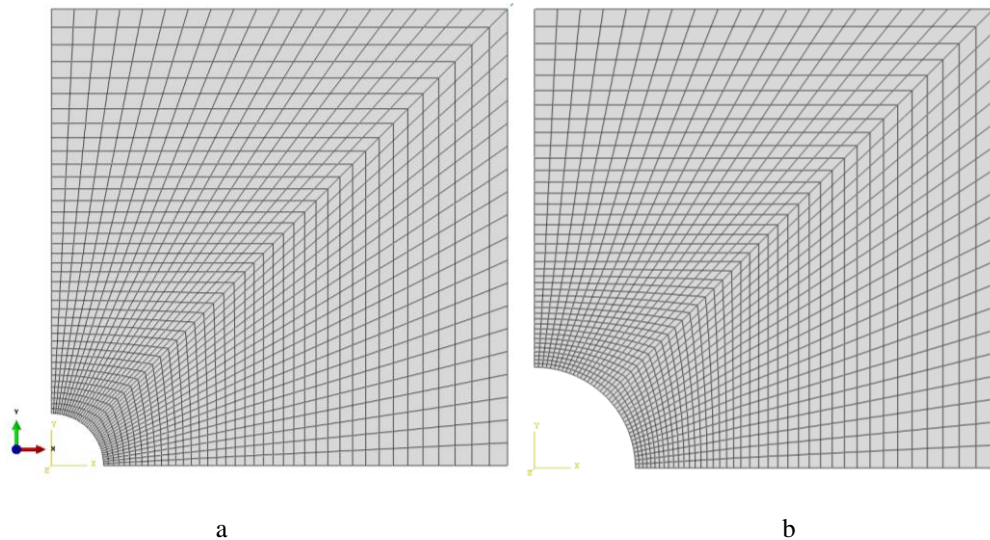


Figura 4.1.3: Detalle del mallado para a) $f_0=0.001$ y b) $f_0=0.0071$

Para poder controlar el valor de triaxialidad durante la carga se imponen unas condiciones de contorno de desplazamiento.

Para la celda con hueco son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 \dot{u}_r(I) &= 0, \quad \dot{\Sigma}_{22}(I) = \dot{\Sigma}_{33}(I) = 0 \quad \text{en } r = 0 \\
 \dot{u}_r(I) &= \dot{U}_r(I), \quad \dot{\Sigma}_{22}(I) = \dot{\Sigma}_{33}(I) = 0 \quad \text{en } r = R \\
 \dot{u}_z(I) &= \dot{U}_z(I), \quad \dot{\Sigma}_{11}(I) = \dot{\Sigma}_{33}(I) = 0 \quad \text{en } z = L \\
 \dot{\Sigma}_{11}(I) &= \dot{\Sigma}_{22}(I) = \dot{\Sigma}_{33}(I) = 0, \quad \text{en } (r)^2 + (z)^2 = r^2
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

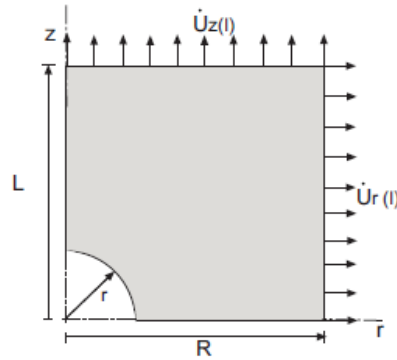


Figura 4.1.4: Condiciones de contorno de desplazamiento para la celda con hueco.[4]

Para llevar a cabo esta implementación se introduce en ABAQUS/Standard una subrutina MPC de usuario desarrollada por el departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras que asegura las condiciones de desplazamiento impuestas a la celda.

Para la realización de las curvas se ha utilizado el Acero 4340 con las siguientes propiedades:

		4340 Steel
E	Módulo de Young (MPa).	208000
ν	Coeficiente de Poisson.	0.3
ρ_0	Densidad (kg/m ³).	7830
A	Límite elástico inicial (MPa).	792
B	Módulo de endurecimiento (MPa).	510
n	Afecta al endurecimiento plástico.	0.26
C	Sensibilidad a la velocidad de deformación.	0.014
$\dot{\epsilon}_0$	Velocidad de deformación plástica equivalente de referencia (s ⁻¹).	1
m	Sensibilidad a la temperatura.	1.03
θ_0	Temperatura de referencia (K).	298
θ_m	Temperatura de fusión (K).	1793
χ	Coeficiente de Quinney-Taylor.	0.9
c_p	Calor específico (m ² K ⁻¹ s ⁻²).	477
α	Coeficiente de dilatación térmica (K ⁻¹).	1.2·10 ⁻⁵

Tabla 4.1: Propiedades del acero 4340 utilizadas.

Los casos analizados para cada porosidad se corresponden con una décima parte y diez veces más el valor de C de esta tabla y la mitad y el doble del valor de n de esta tabla. Esto supone que hemos utilizado los valores $C \times 0.1 = 0.0014$, $C \times 10 = 0.14$, $n \times 0.5 = 0.13$ y $n \times 2 = 0.52$.

Para mostrar los resultados de una forma clara se ha adimensionalizado la tensión para el caso de influencia de la sensibilidad a la velocidad de deformación (parámetro C) con un valor de tensión de referencia σ_0 correspondiente al límite elástico inicial del material, reflejado en el valor A de la ley de Johnson-Cook. Para la adimensionalización en las curvas dependientes de la sensibilidad a la deformación plástica o coeficiente de endurecimiento por deformación (parámetro n) se ha utilizado un valor de tensión de referencia σ_0' correspondiente al valor de límite elástico inicial más un sumando dependiente de n , esto nos permite desacoplar el efecto del aumento del límite elástico del efecto que tiene realmente la variación de n .

4.2 Resultados

Para las curvas de daño correspondientes a triaxialidad 0.2 se observa un incremento del tamaño del hueco hasta un máximo y una posterior reducción del mismo. Esto se debe a que a triaxialidades bajas el hueco crece hasta un punto en el que se empieza a hacer más pequeño. Por ello en las curvas de la tensión no se observa el fallo brusco del material sino que a medida que aumenta la deformación equivalente aumenta también la tensión.

Para la curva de tensiones se puede observar como al aumentar el valor del parámetro n el valor de la tensión es mayor y se produce un endurecimiento y un aumento del límite elástico del material. El tamaño de hueco es mayor para valores bajos de n .

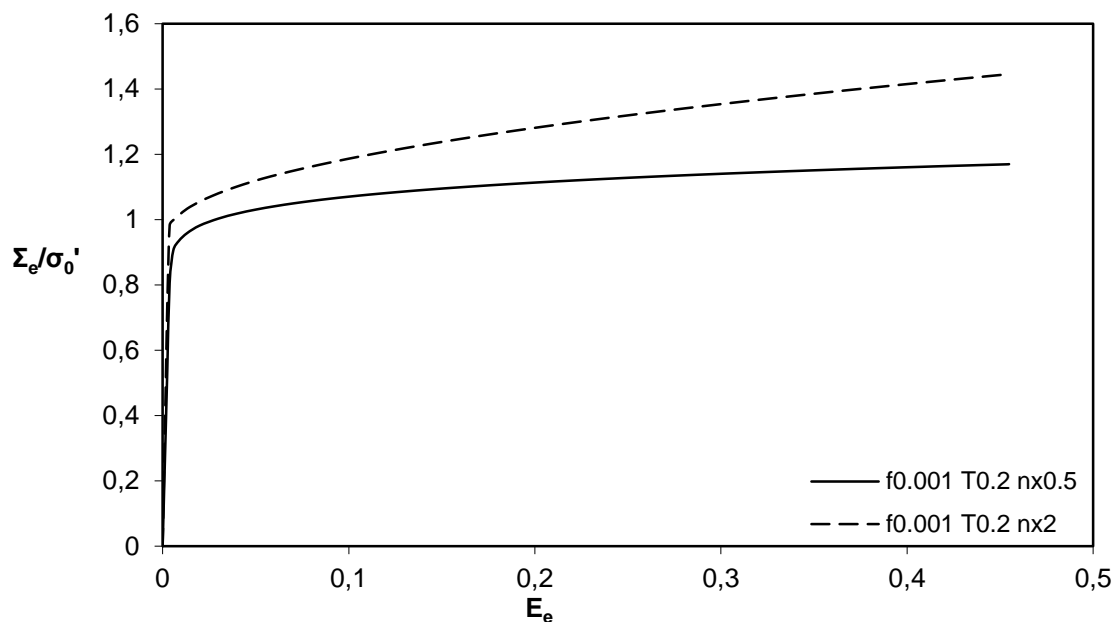


Figura 4.2.1: Tensión frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=0.2$ variando n .

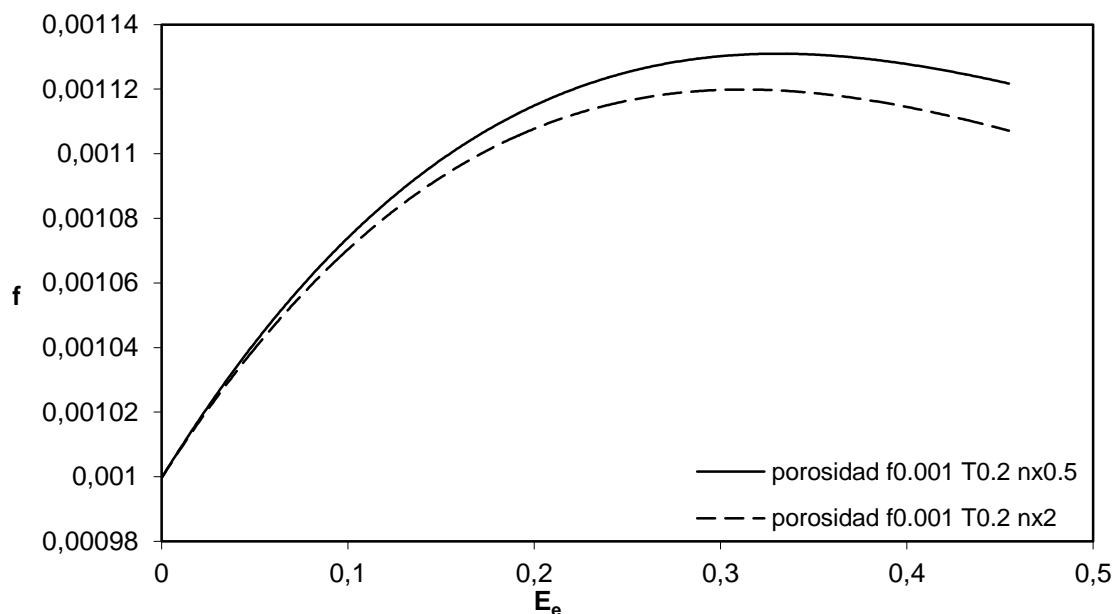


Figura 4.2.2: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=0.2$ variando n .

Para el caso de variación del parámetro C encontramos el mismo comportamiento en el tamaño de hueco que para el caso anterior: un aumento inicial seguido de una disminución que implica que no haya fallo brusco del material.

Para la curva de tensiones se puede observar como al elevar el valor del parámetro C el material presenta menores deformaciones a tensiones iguales, es decir que el aumento del parámetro C contribuye al endurecimiento del material.

El tamaño del hueco para valores altos de C es menor que para valores bajos.

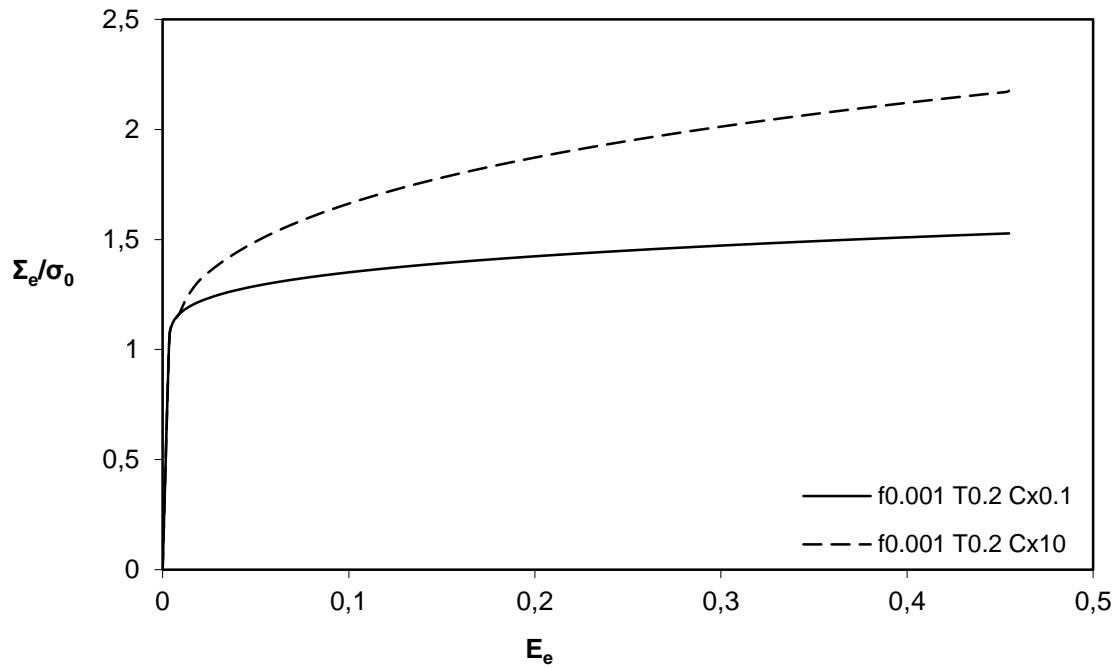


Figura 4.2.3: Tensión frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=0.2$ variando C .

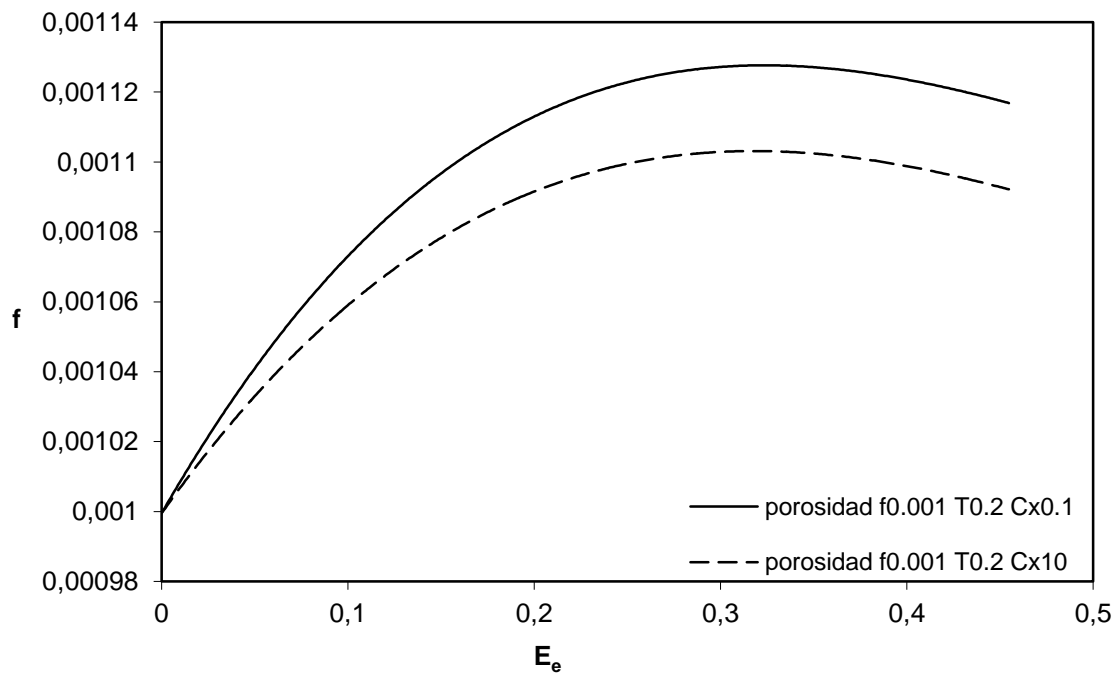


Figura 4.2.4: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=0.2$ variando C .

A diferencia de para triaxialidades bajas, para el caso de triaxialidad 1 se puede observar como el aumento brusco de la porosidad en las curvas de daño se corresponde con una pérdida de resistencia en las curvas de tensiones. Como ocurre para triaxialidades más bajas el aumento del parámetro n conlleva un endurecimiento del material manifestado en una menor deformación para el mismo estado tensional.

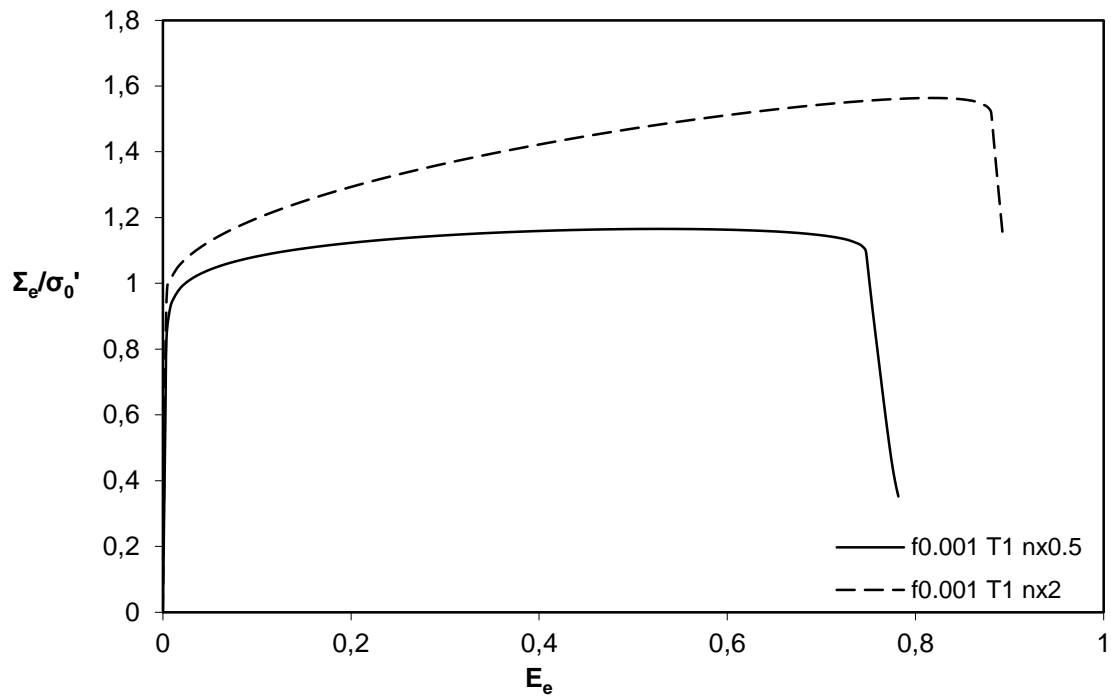


Figura 4.2.5: Tensión frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=1$ variando n .

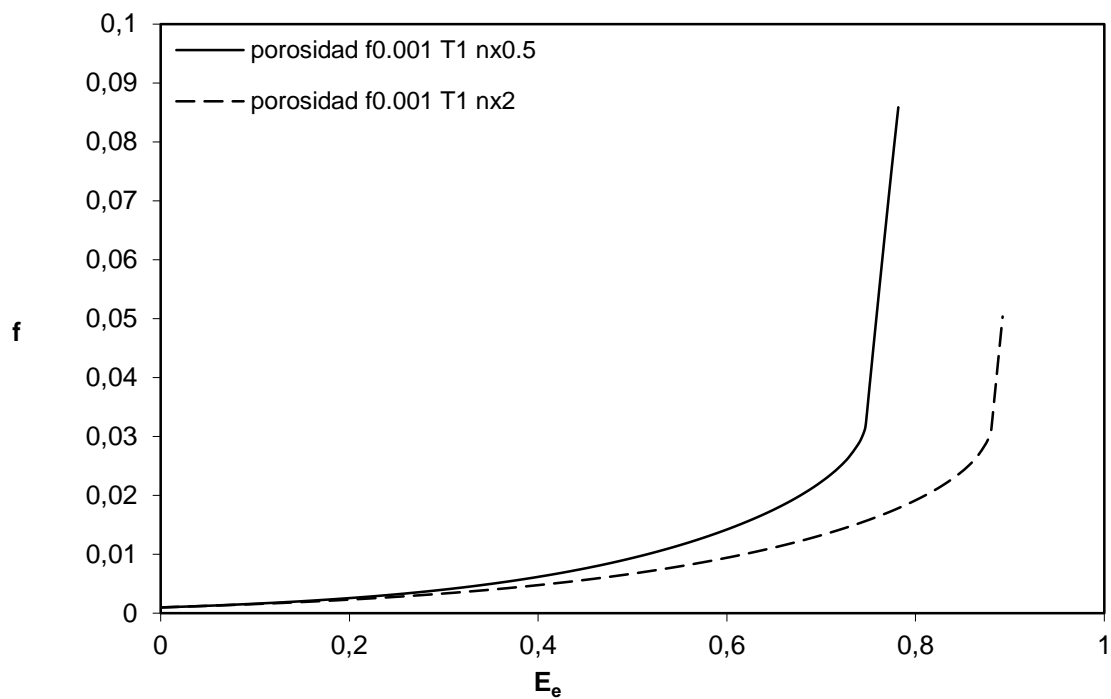


Figura 4.2.6: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=1$ variando n .

El aumento del parámetro C en este caso implica el endurecimiento del material como puede verse en la figura 4.2.7. Se puede observar como la caída brusca de tensión se corresponde con el aumento brusco de la porosidad en la gráfica 4.2.8, esto implica un fallo del material a deformaciones más altas para mayores valores de C .

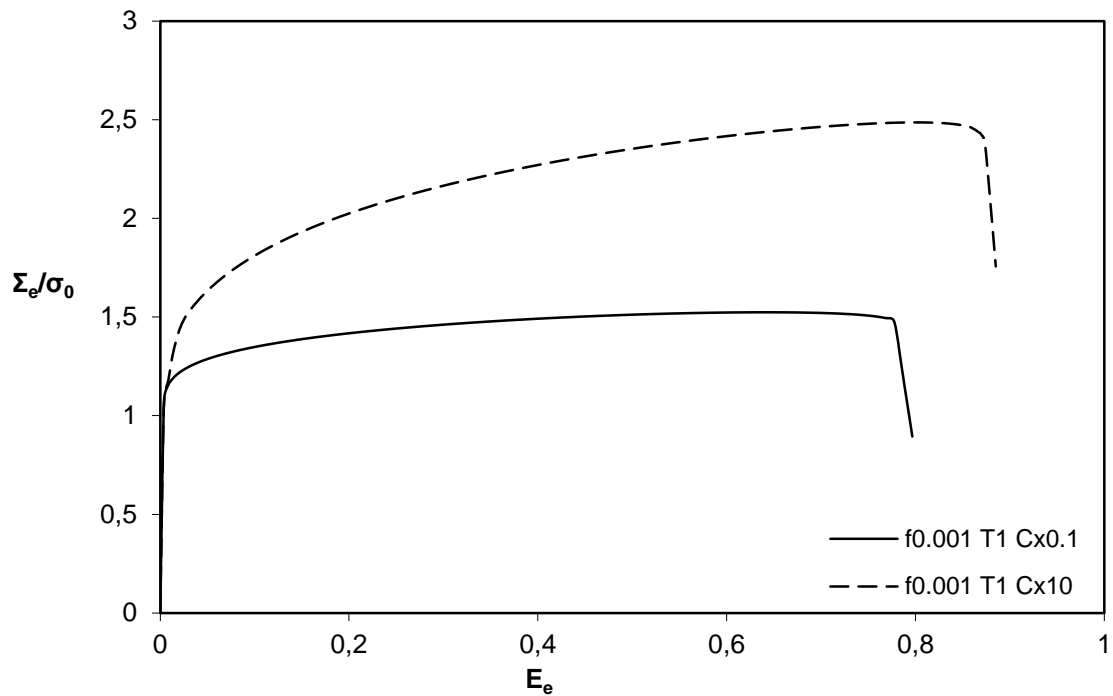


Figura 4.2.7: Tensión frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=1$ variando C .

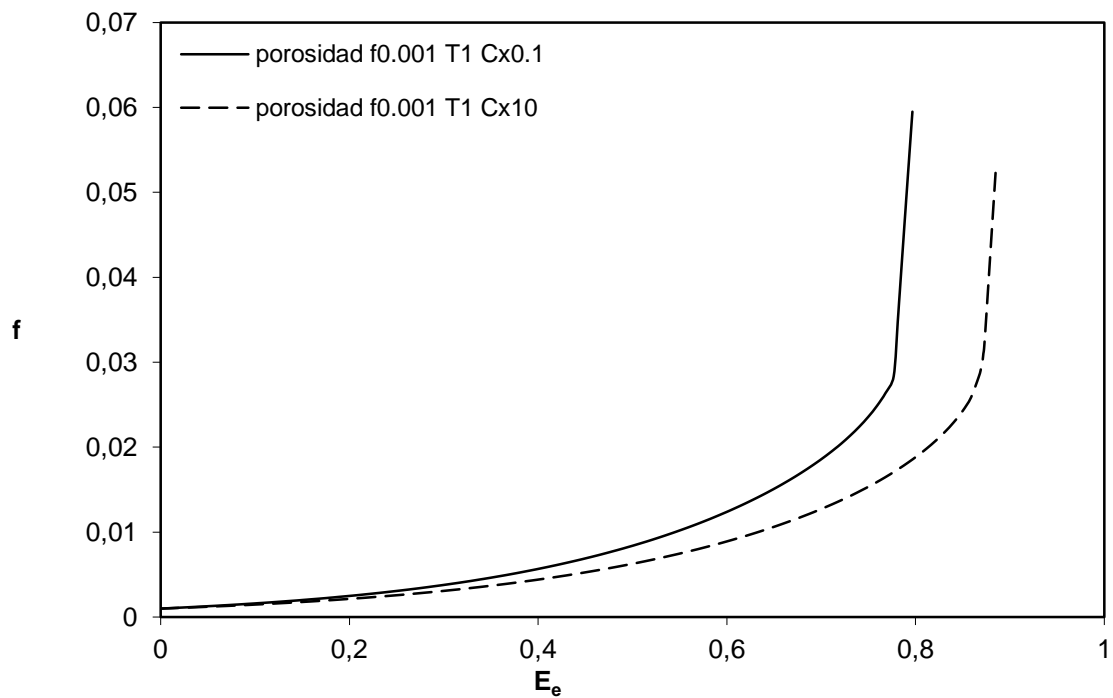


Figura 4.2.8: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=1$ variando C .

Para triaxialidad 2 podemos observar un endurecimiento en el material al aumentar el parámetro n . Si comparamos estos resultados con los obtenidos para triaxialidad 1 se ve un fallo del material a deformaciones menores cuando se aumenta la triaxialidad. También se puede apreciar que la pérdida de propiedades es menos brusca para triaxialidades mayores.

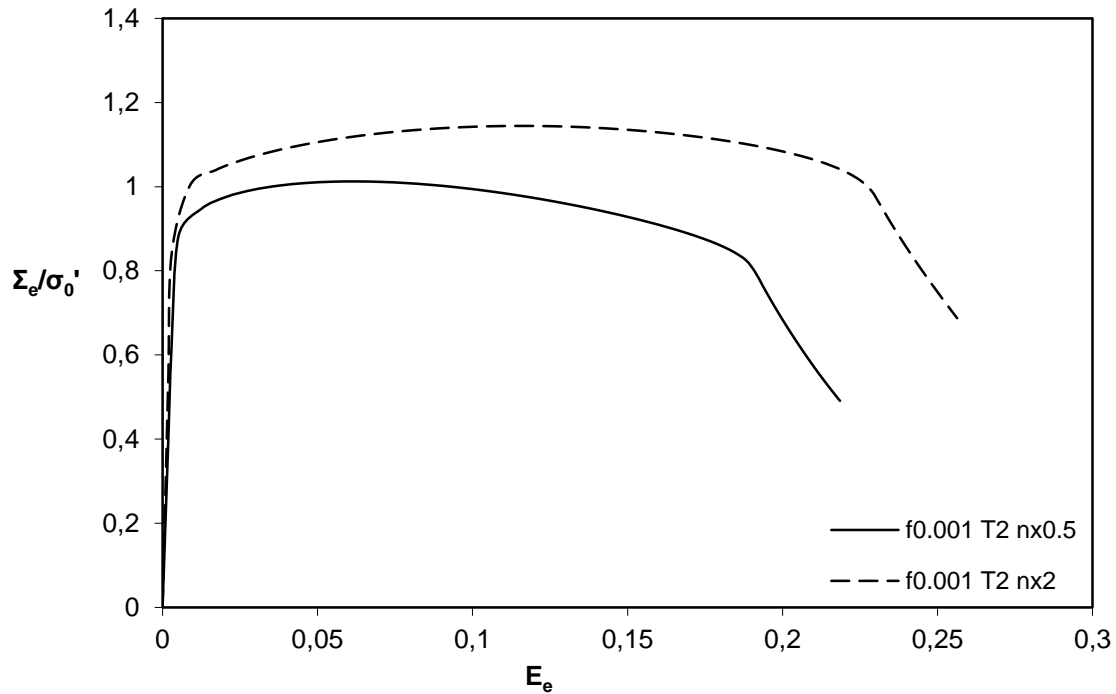


Figura 4.2.9: Tensión frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=2$ variando n .

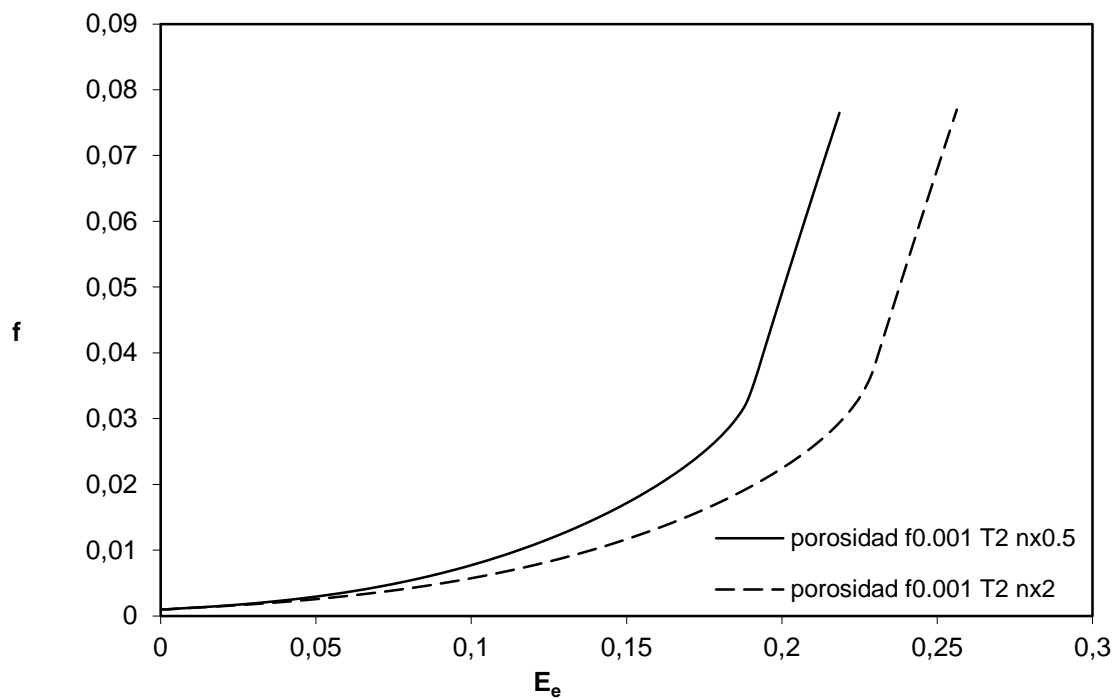


Figura 4.2.10: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=2$ variando n .

La variación de C en este caso nos deja resultados análogos a la variación de n ; se aprecia una pérdida de propiedades a deformaciones menores pero menos brusca que para valores de triaxialidad más bajos. El aumento del parámetro C implica un endurecimiento del material y un tamaño de hueco menor para deformaciones iguales.

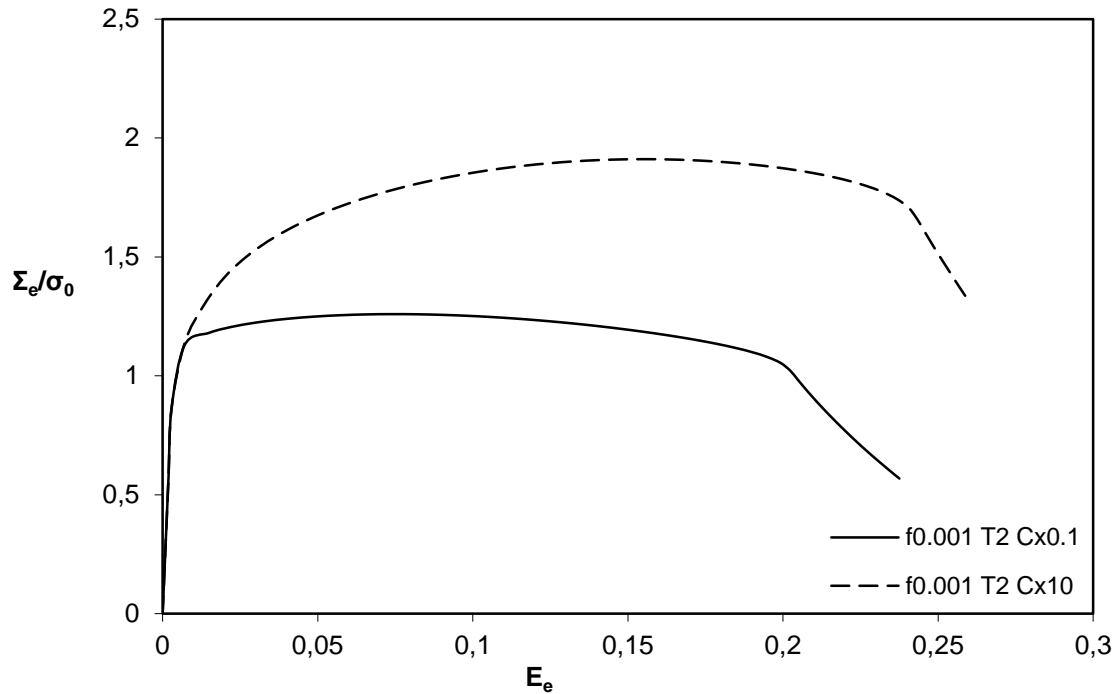


Figura 4.2.11: Tensión frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=2$ variando C .

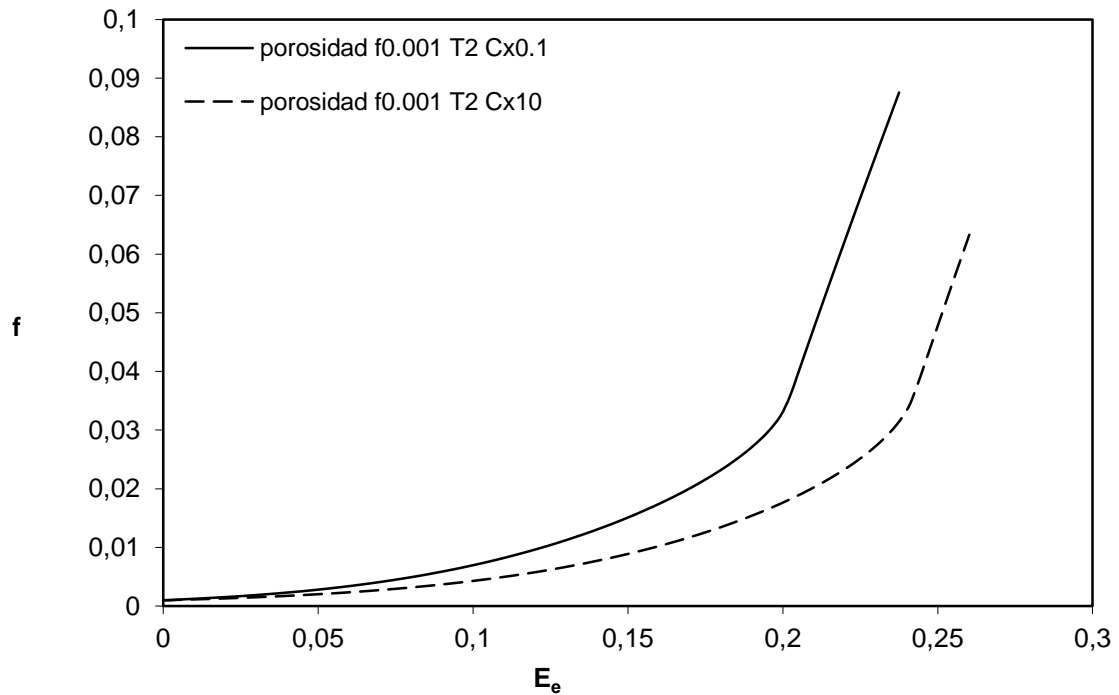


Figura 4.2.12: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=2$ variando C .

El comportamiento para una porosidad inicial mayor que en los casos anteriores nos devuelve para bajos valores de triaxialidad (0.2) unos resultados muy similares al caso de menor porosidad inicial. Podemos ver como el tamaño de hueco sufre el mismo comportamiento de aumento inicial y posterior disminución para valores similares de deformación y el material se endurece al aumentar el parámetro n .

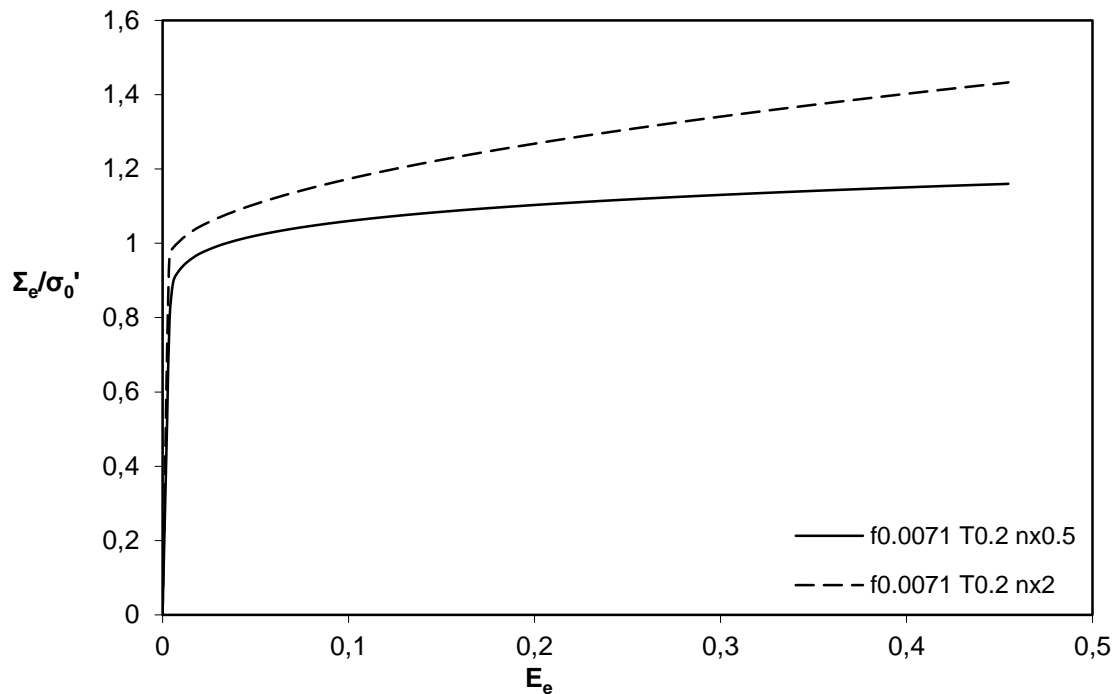


Figura 4.2.13: Tensión frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=0.2$ variando n .

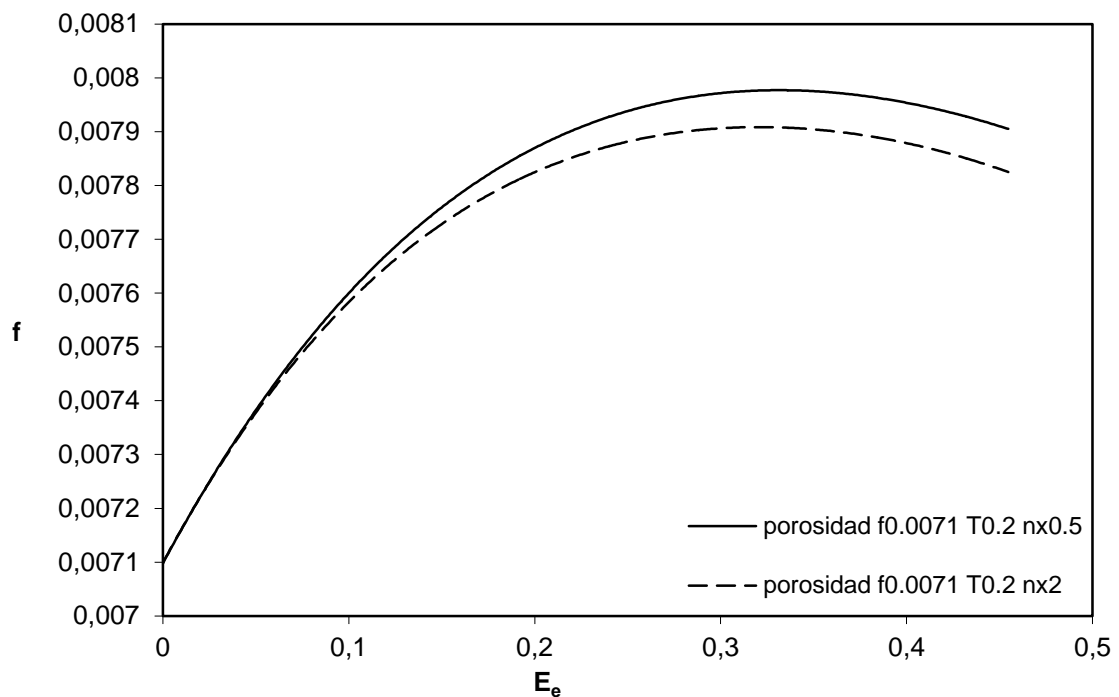


Figura 4.2.14: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=0.2$ variando n .

Como para el análisis del parámetro n las curvas a bajas triaxialidades tienen un aspecto muy similar al caso de menor porosidad inicial. El aumento del parámetro C implica un endurecimiento del material y el tamaño de hueco es menor para valores mayores de C .

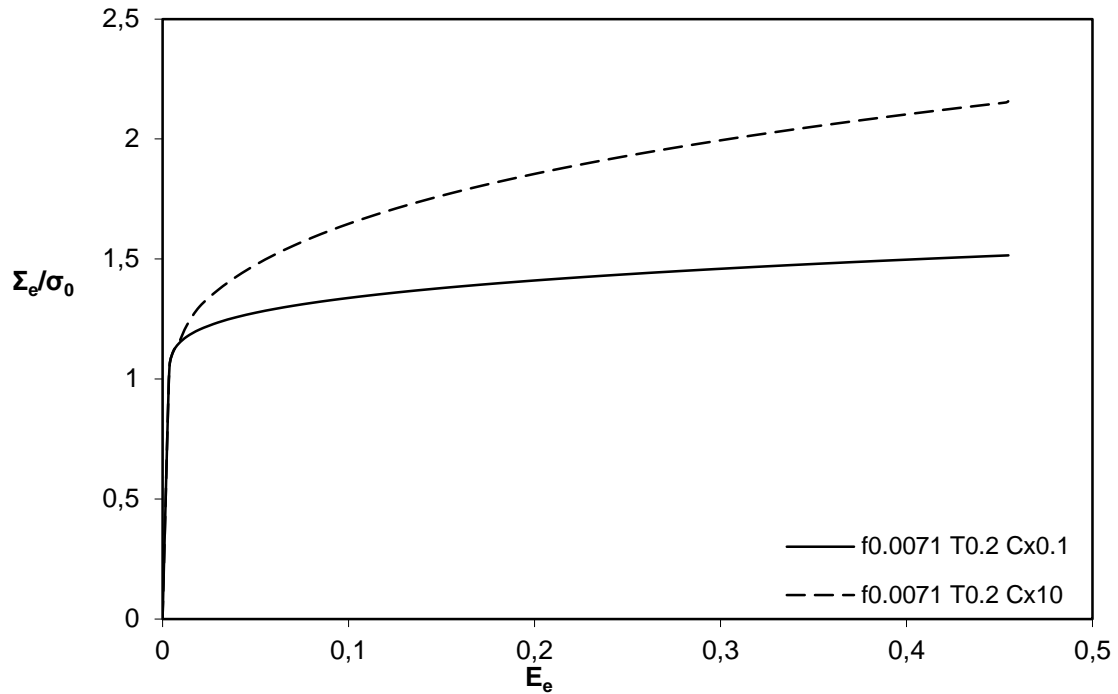


Figura 4.2.15: Tensión frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=0.2$ variando C .

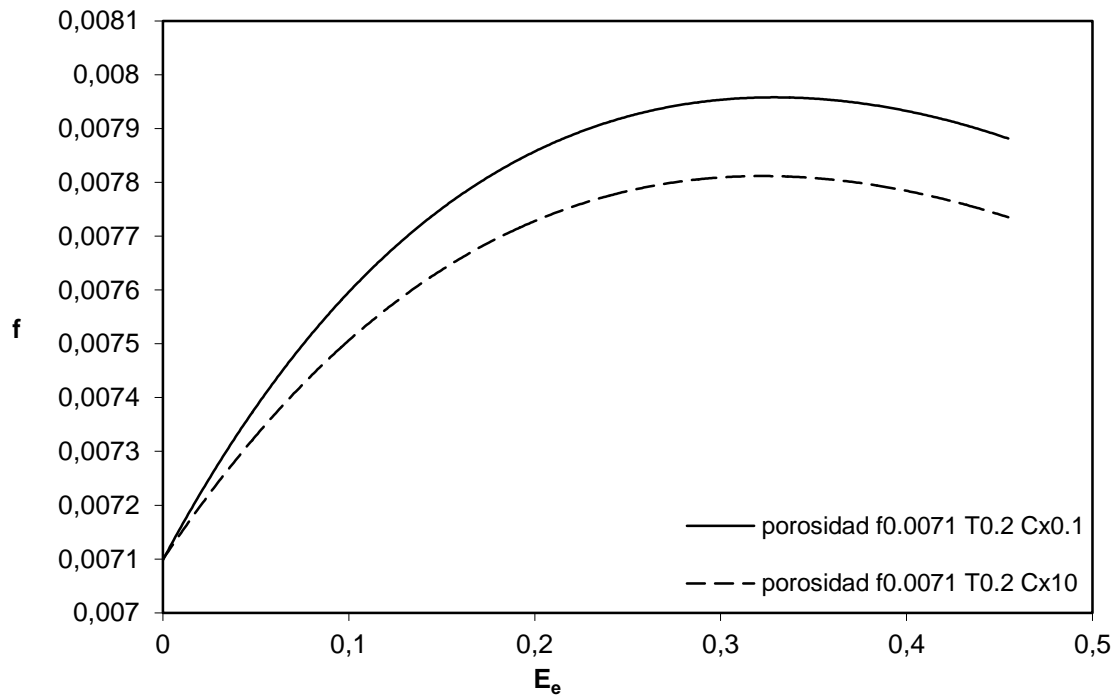


Figura 4.2.16: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=0.2$ variando C .

En el caso de triaxialidad 1 se observa un fallo del material para deformaciones menores que en el caso de menor porosidad inicial, lo que implica que cuanto mayor es el tamaño de los microvacíos antes se produce la fractura dúctil del material.

Como viene ocurriendo en todos los casos el aumento de n endurece el material y provoca un menor crecimiento de hueco.

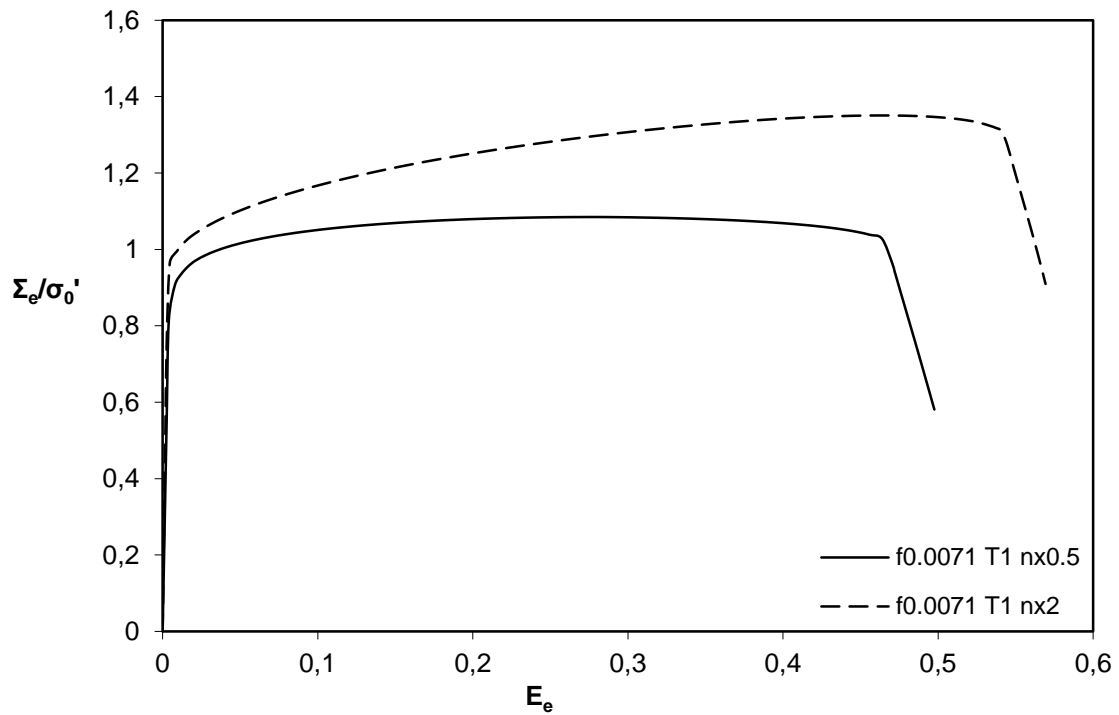


Figura 4.2.17: Tensión frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=1$ variando n .

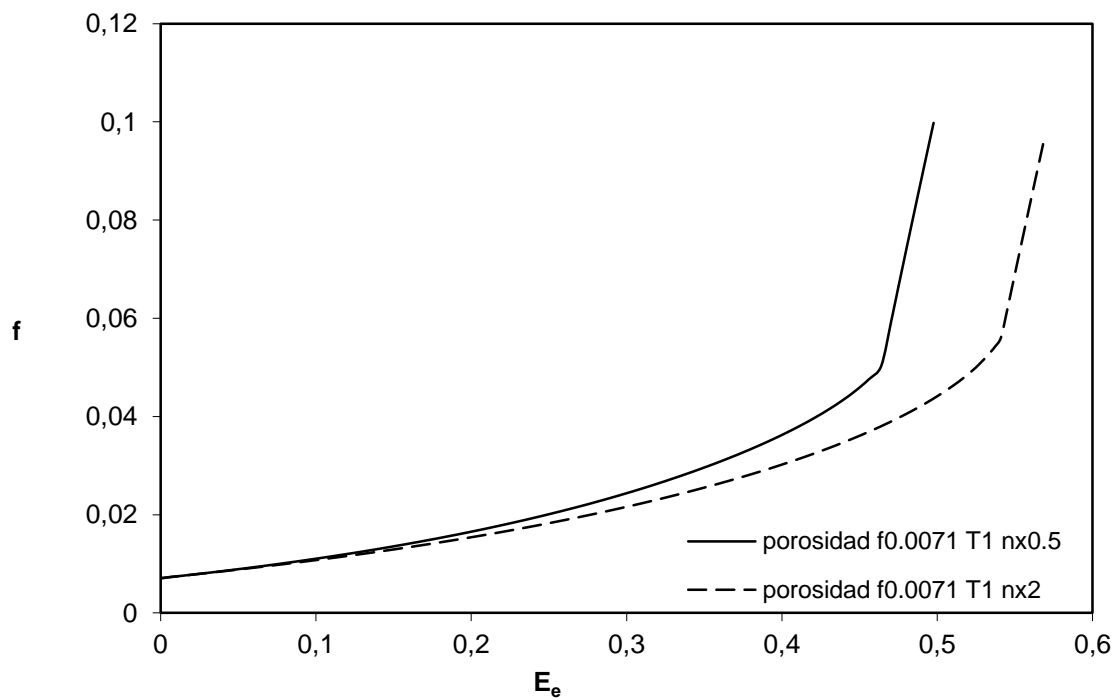


Figura 4.2.18: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=1$ variando n .

Al igual que en el caso anterior el material sufre una pérdida de sus propiedades a menores deformaciones en el caso de mayor porosidad inicial. El aumento de C endurece el material y provoca un crecimiento más lento del hueco.

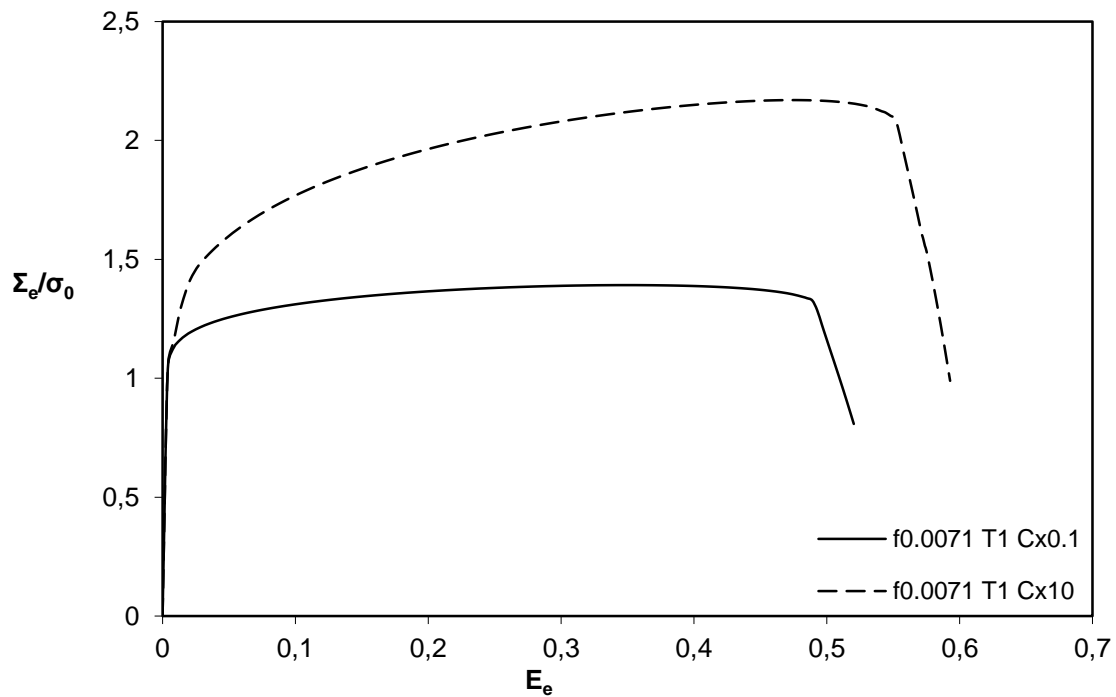


Figura 4.2.19: Tensión frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=1$ variando C .

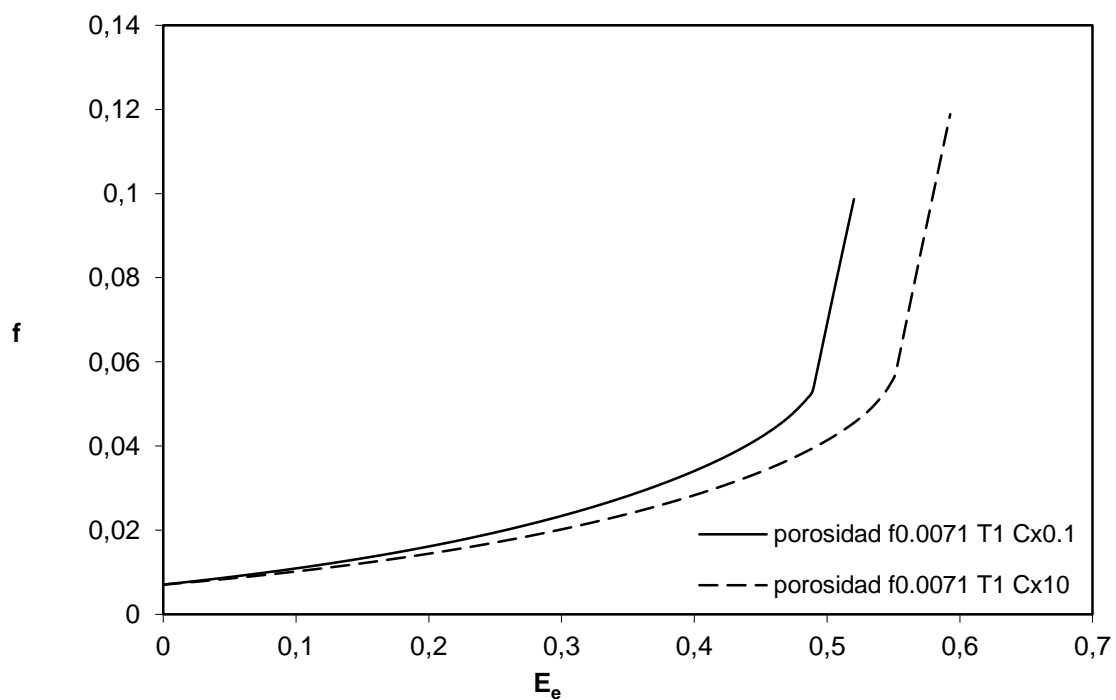


Figura 4.2.20: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=1$ variando C .

De acuerdo al comportamiento observado a lo largo de todos los casos vemos cómo el fallo del material a triaxialidad 2 se produce a menor deformación que para triaxialidades menores, también vemos cómo el fallo para mayores valores de porosidad inicial se produce a menor deformación que para tamaños menores de microvacíos iniciales. Igualmente observamos que la pérdida de propiedades del material es menos brusca a triaxialidades mayores.

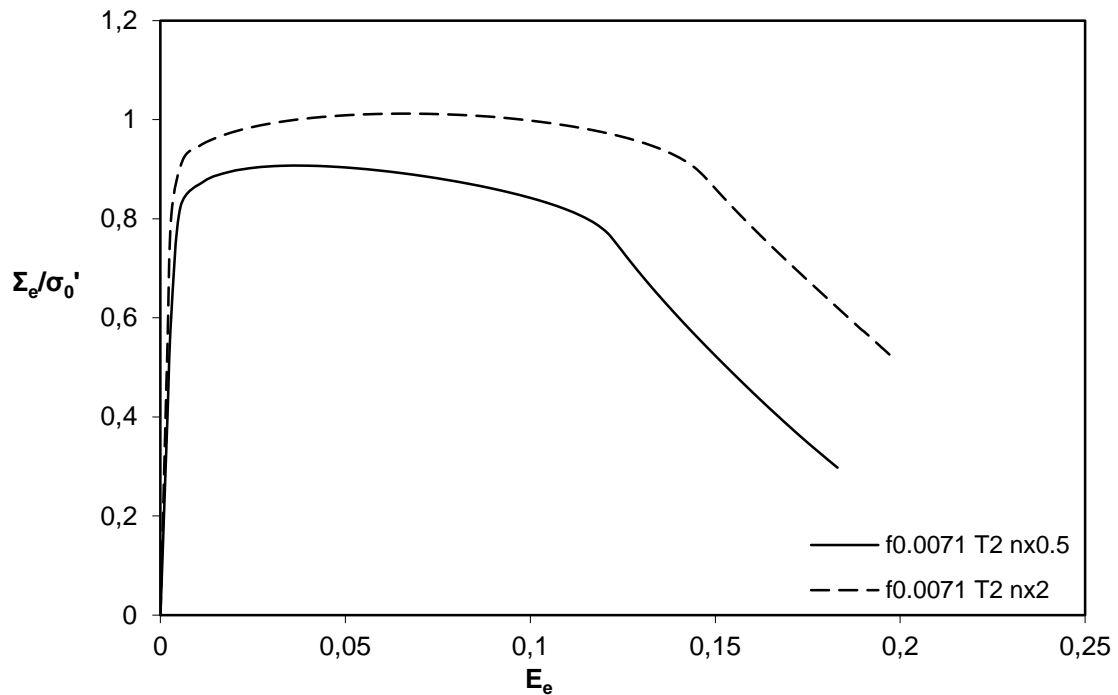


Figura 4.2.21: Tensión frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=2$ variando n .

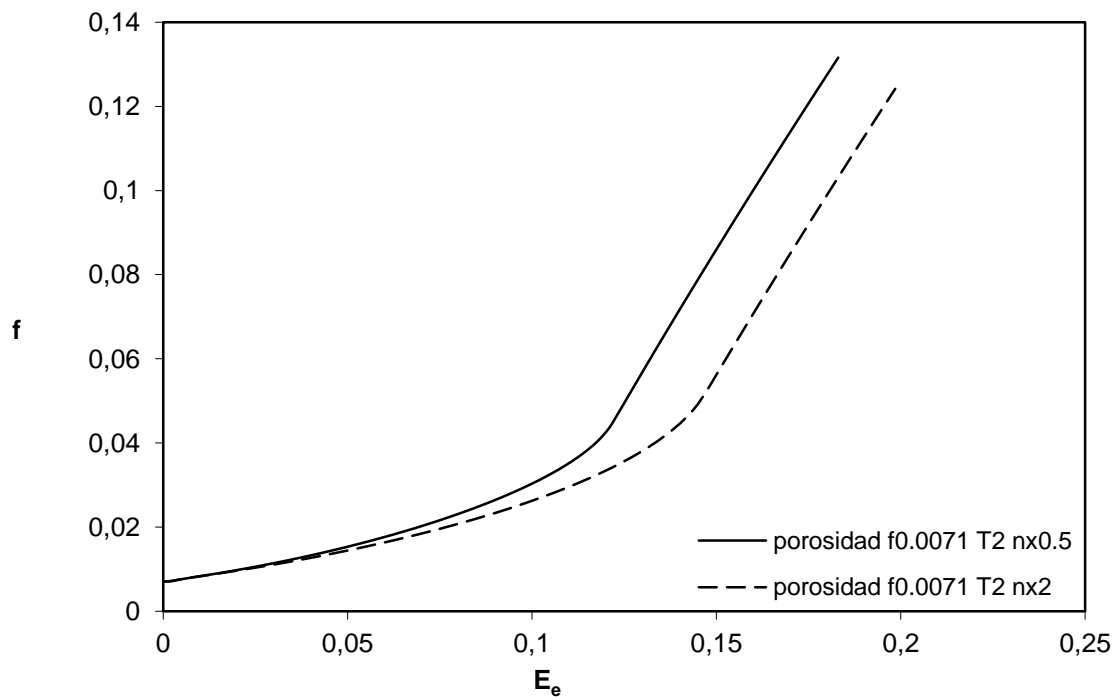


Figura 4.2.22: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=2$ variando n .

Para el comportamiento del parámetro C observamos como un aumento del mismo produce un endurecimiento en el material y un crecimiento más lento del tamaño del hueco, lo que ocasiona un fallo a mayores deformaciones que para menores valores de C .

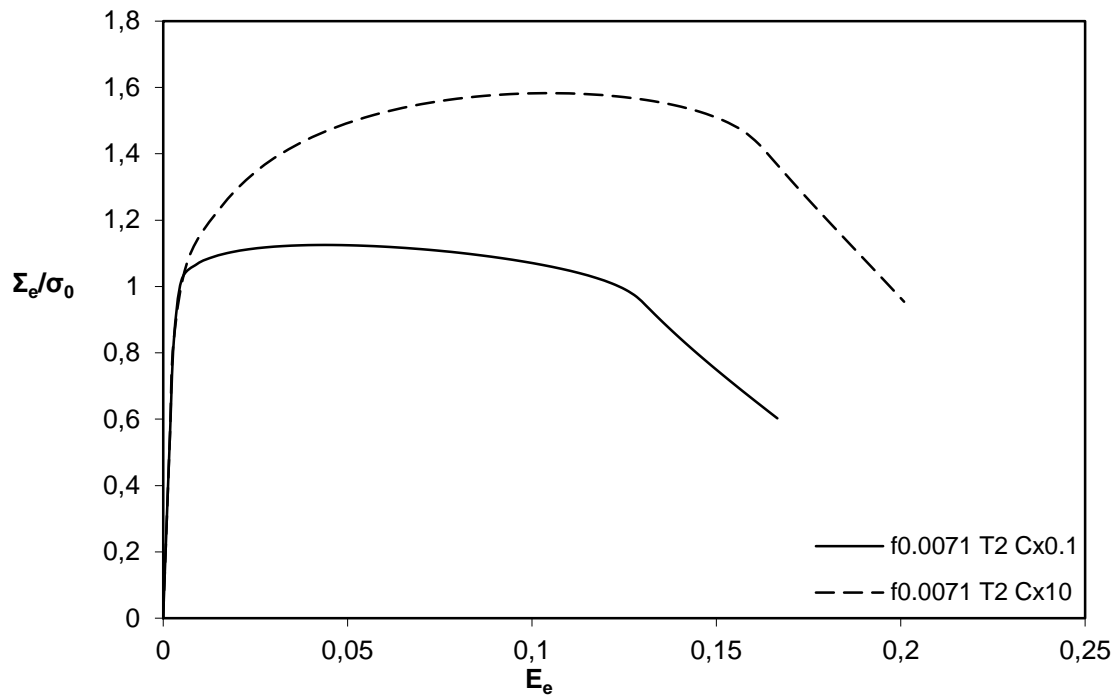


Figura 4.2.23: Tensión frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=2$ variando C .

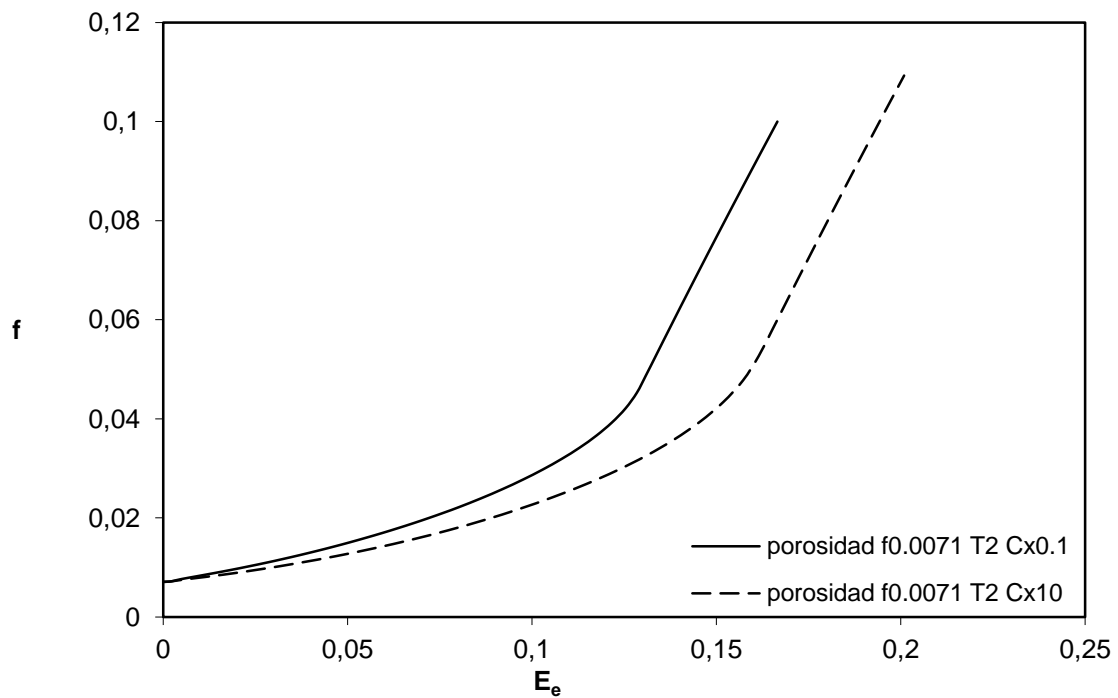


Figura 4.2.24: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=2$ variando C .

5. Celda sin hueco (Gurson-Tvergaard)

5.1 Modelización

Para modelar el material según Gurson-Tvergaard se sustituye la celda con hueco que utilizamos en el caso anterior por un material homogéneo y un parámetro f que indica el nivel de porosidad al que equivaldría si tuviese el hueco.

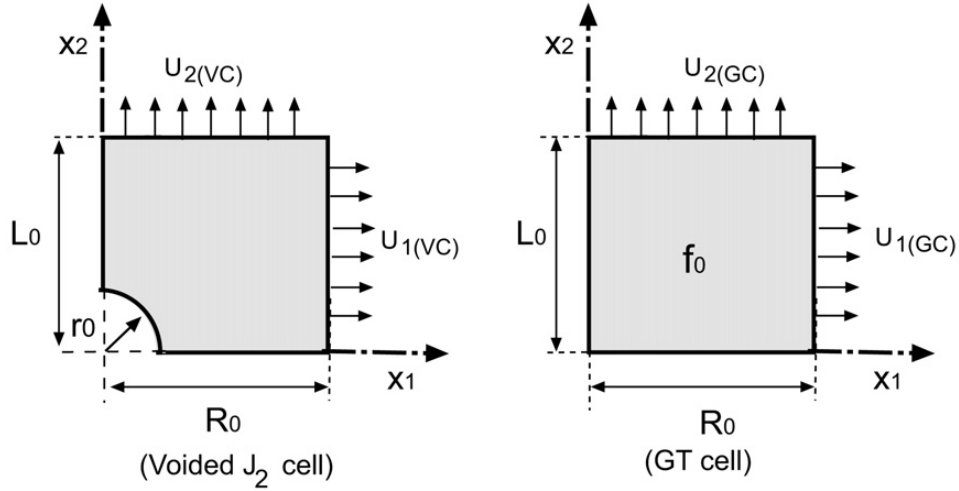


Figura 5.1.1: Transformación de una celda con vacío interior en una de Gurson-Tvergaard.[10]

Este modelo de Gurson-Tvergaard proporciona una función de plastificación que obedece la expresión de la ecuación 5.1. El material plastifica cuando la función se iguala a 0.

$$\Phi(\Sigma_e, \Sigma_h, \sigma_Y, f^*) = \frac{\Sigma_e^2}{\sigma_Y^2} + 2q_1 f^* \cosh\left(\frac{3q_2 \Sigma_h}{2\sigma_Y}\right) - 1 - (q_1 f^*)^2 = 0 \quad (5.1)$$

donde Σ_e es la tensión equivalente de Von Mises según la ecuación 5.2, Σ_h es la tensión hidrostática según la ecuación 5.3 y σ_Y es el límite elástico actual de la matriz del material dependiente de la deformación plástica, de la velocidad de deformación plástica y de la temperatura según la ecuación 5.4.

$$\Sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} \Sigma' : \Sigma'} = \sqrt{3J_2} \text{ con } \Sigma' = \Sigma - \Sigma_h : \mathbf{1} \quad (5.2)$$

$$\Sigma_h = \frac{1}{3} \Sigma : \mathbf{1} \quad (5.3)$$

$$\sigma_Y = \sigma_Y(\bar{\epsilon}^p, \dot{\bar{\epsilon}}^p, \theta) \quad (5.4)$$

siendo Σ el tensor de tensiones y Σ' el tensor de tensiones desviadoras de Cauchy.

Los valores de los parámetros q_1 y q_2 dependen del material, del volumen relativo de hueco inicial y de la triaxialidad. Habitualmente se eligen valores concretos de q_1 y q_2 y en este caso los valores elegidos han sido los siguientes:

$$q_1 = 1.25$$

$$q_2 = 1$$

El parámetro f^* es la fracción de porosidad modificada que fue introducida en el modelo original de Gurson por Tvergaard y Needleman [7] para mejorar la simulación de coalescencia del modelo, adoptando diferentes expresiones según el valor de f según muestra la ecuación 5.5:

$$f^* = \begin{cases} f & \text{si } f < f_c \\ f_c + \frac{f_u - f_c}{f_F - f_c} (f - f_c) & \text{si } f_c < f < f_F \\ f_u & \text{si } f \geq f_F \end{cases} \quad (5.5)$$

siendo f_c el daño crítico en el que comienza la coalescencia, $f_u=1/q_1$ el daño final y f_F el daño de pérdida total de resistencia.

Para una celda sin hueco, es decir, con $f=0$, la función de plastificación de Gurson-Tvergaard adopta el comportamiento ideal del material según la expresión de plastificación de Von Mises como muestra la ecuación 5.6.

$$\Phi(\Sigma_e, \sigma_Y) = \frac{\Sigma_e^2}{\sigma_Y^2} - 1 = 0 \rightarrow \Sigma_e = \sqrt{\sigma_Y^2} = \sigma_Y \text{ para un estado de tracción.} \quad (5.6)$$

Las condiciones de contorno de desplazamiento impuestas para controlar el valor de triaxialidad durante la carga en el caso de la celda sin hueco son las siguientes:

$$\begin{aligned} \dot{u}_r(II) &= 0, & \dot{\Sigma}_{22}(II) &= \dot{\Sigma}_{33}(II) = 0 & \text{en } r = 0 \\ \dot{u}_r(II) &= \dot{U}_r(II), & \dot{\Sigma}_{22}(II) &= \dot{\Sigma}_{33}(II) = 0 & \text{en } r = R \\ \dot{u}_z(II) &= \dot{U}_z(II), & \dot{\Sigma}_{11}(II) &= \dot{\Sigma}_{33}(II) = 0 & \text{en } z = L \end{aligned}$$

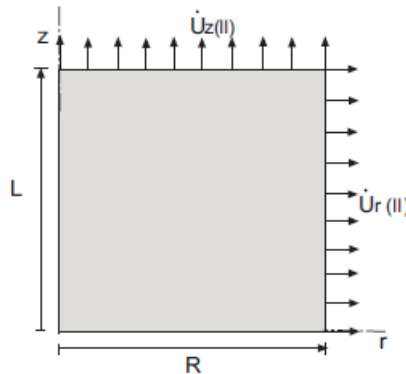


Figura 5.1.2: Condiciones de contorno de desplazamiento para la celda sin hueco.[4]

Para garantizar la equivalencia de la celda con hueco (celda1) y la que no lo tiene (celda2) se iguala el estado macroscópico de carga al que están sometidas para lo cual la triaxialidad, y por tanto el valor del ratio ρ , debe ser igual en ambas:

$$\frac{\Sigma_{11(celda1)}}{\Sigma_{22(celda1)}} = \frac{\Sigma_{11(celda2)}}{\Sigma_{22(celda2)}} = \rho$$

Además hay que imponer una de las tres condiciones siguientes: mismo valor de desplazamiento o tensión en la dirección radial, en la dirección vertical o en una combinación lineal de ambas direcciones.

$$\dot{E}_{11(celda1)} = \dot{E}_{11(celda2)}$$

$$\dot{E}_{22(celda1)} = \dot{E}_{22(celda2)}$$

$$A\dot{E}_{11(celda1)} + B\dot{E}_{22(celda1)} = A\dot{E}_{11(celda2)} + B\dot{E}_{22(celda2)}$$

siendo A y B valores fijados por el usuario.

El comportamiento referente al modelo de Gurson-Tvergaard se ha implementado en el software de elementos finitos mediante una subrutina proporcionada por el departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras.

Para la realización de las curvas se ha utilizado el mismo Acero 4340 con las mismas propiedades que para el caso de la celda con hueco según la tabla 4.1, y los mismo valores de C y n: $C_{x0.1}=0.0014$, $C_{x10}=0.14$, $n_{x0.5}=0.13$ y $n_{x2}=0.52$.

5.2 Resultados

Para una porosidad inicial de $f_0=0.001$ y una triaxialidad baja (0.2) podemos ver como el tamaño de hueco crece de una manera casi lineal sin provocar el fallo brusco del material. En la figura 5.2.1 podemos observar como el aumento del parámetro n referente al endurecimiento por deformación provoca un endurecimiento del material sin embargo mirando la figura 5.2.2 no se aprecia una diferencia significativa en la porosidad al variar ese valor.

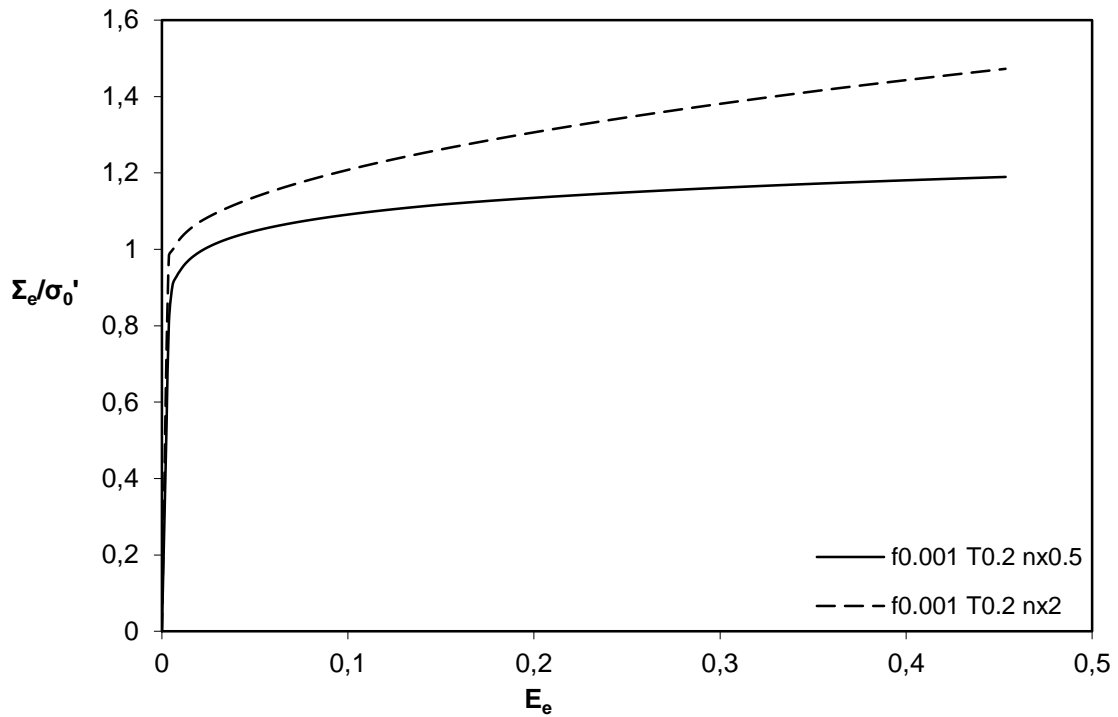


Figura 5.2.1: Tensión frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=0.2$ variando n .

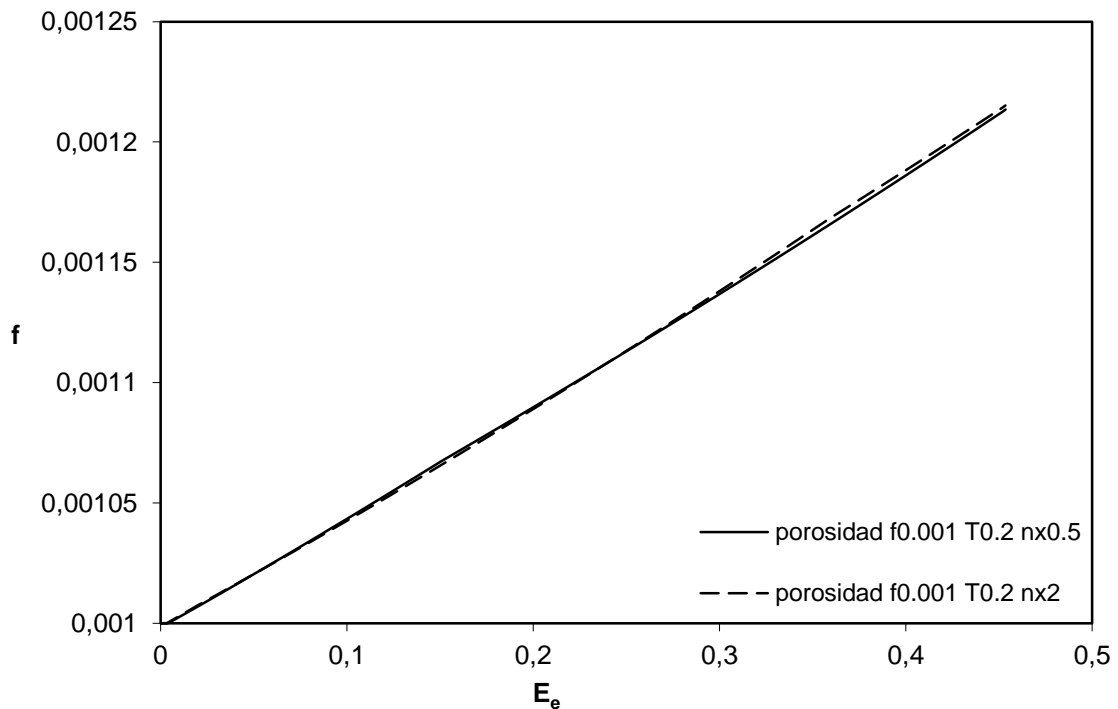


Figura 5.2.2: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=0.2$ variando n .

Para la variación del parámetro C referente al a la sensibilidad a la velocidad de deformación observamos en la figura 5.2.2 que un aumento de este parámetro se traduce en un endurecimiento del material. Respecto a la porosidad observamos en la figura 5.2.3 el mismo comportamiento lineal y similar para los dos valores de C que para el caso anterior.

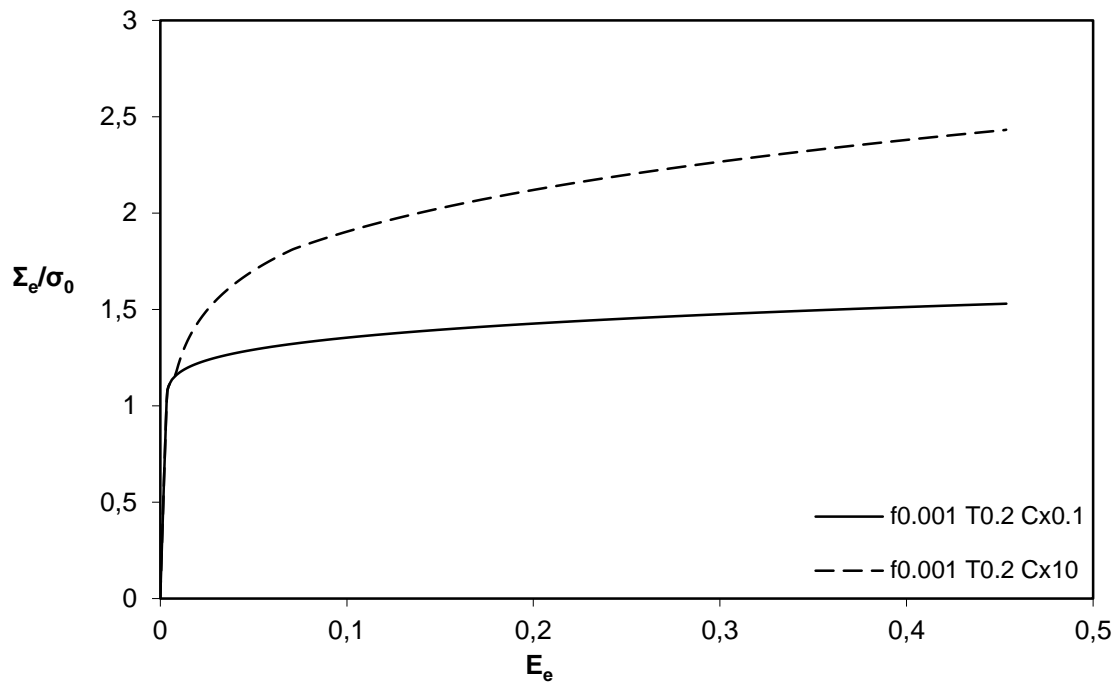


Figura 5.2.3: Tensión frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=0.2$ variando C.

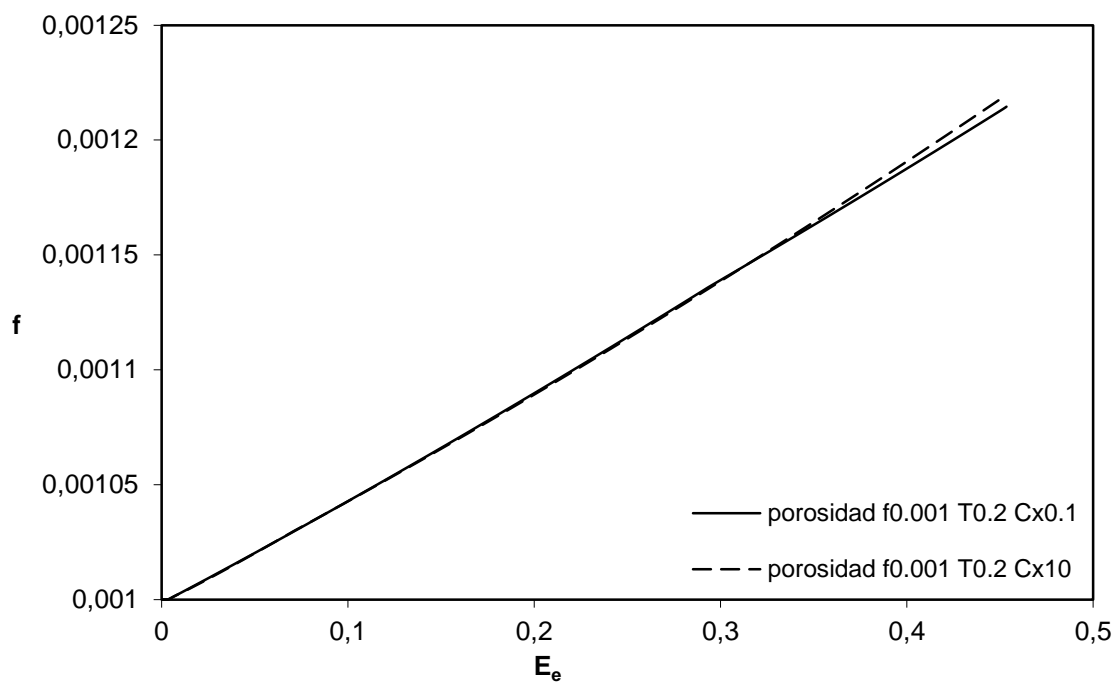


Figura 5.2.4: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=0.2$ variando C.

Al tomar un valor de triaxialidad igual a 1 podemos ver como la porosidad presenta un aspecto creciente. Al aumentar el valor de n el material sufre un endurecimiento claro mientras que en lo relativo a la porosidad el crecimiento del hueco no presenta grandes diferencias pero observamos que es más lento para valores menores de n .

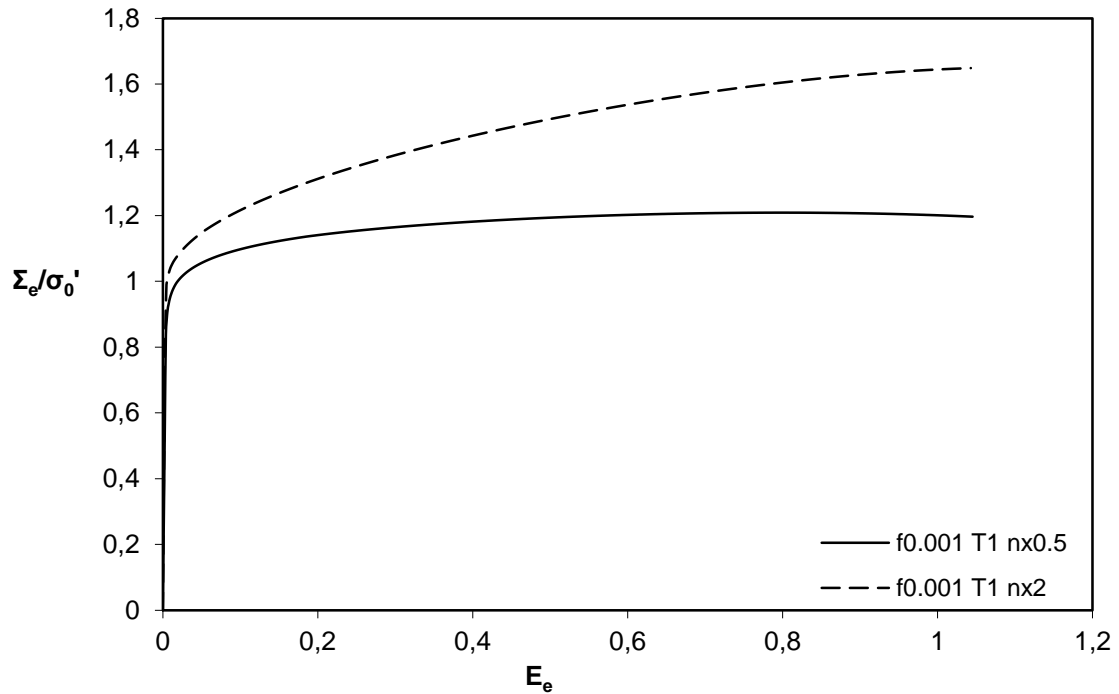


Figura 5.2.5: Tensión frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=1$ variando n .

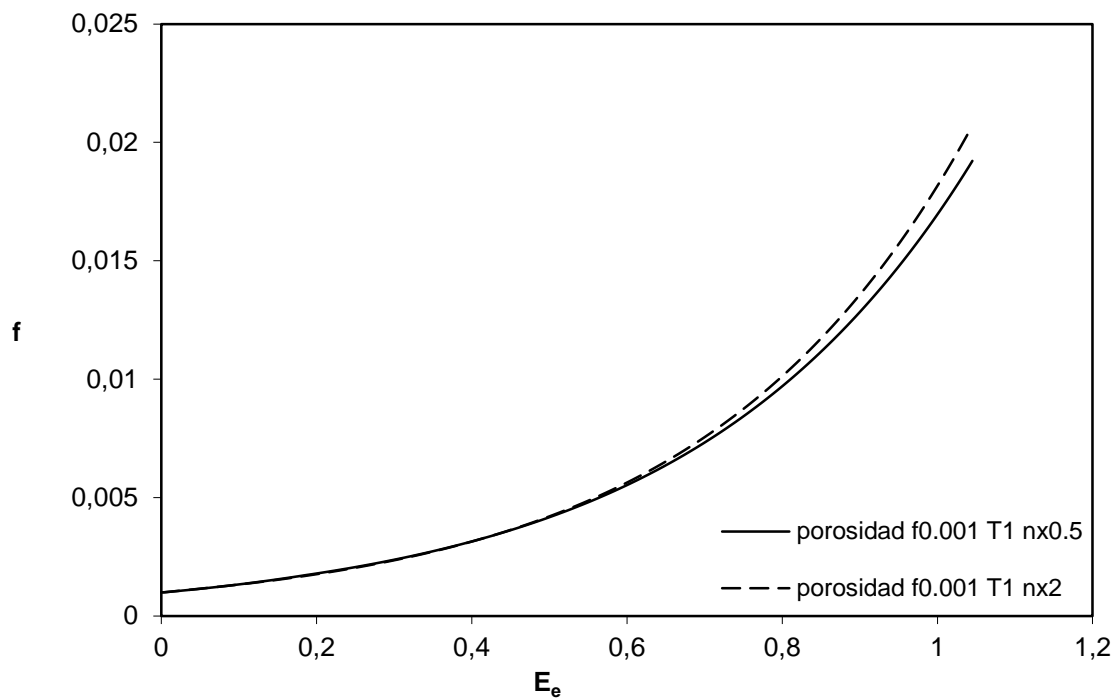


Figura 5.2.6: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=1$ variando n .

Al aumentar el valor de parámetro C observamos un endurecimiento del material y un ligero descenso del daño del mismo.

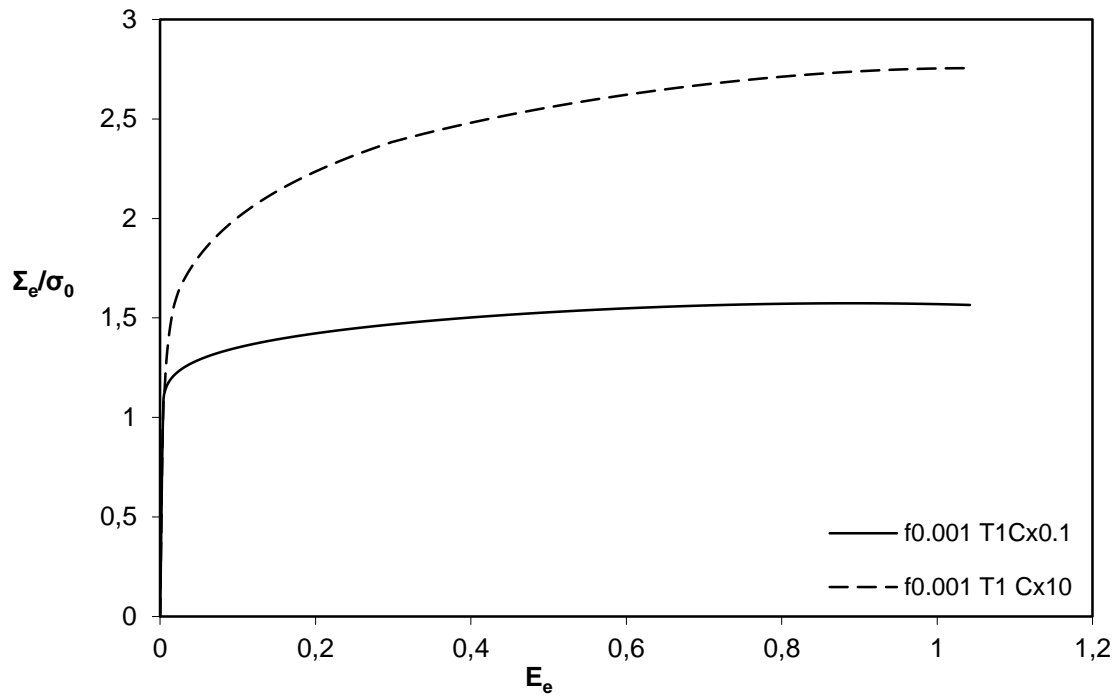


Figura 5.2.7: Tensión frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=1$ variando C.

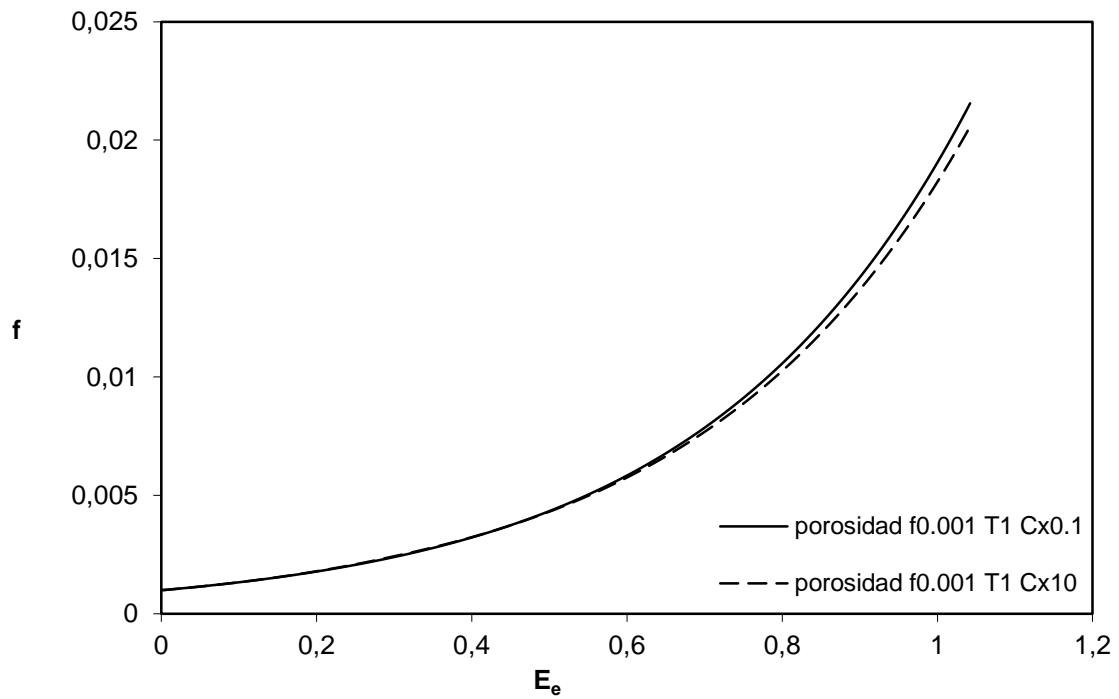


Figura 5.2.8: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=1$ variando C.

Para una triaxialidad de 2 observamos el mismo comportamiento de endurecimiento del material al aumentar el parámetro n sin embargo para la evolución de la porosidad se observa un comportamiento contrario al caso anterior.

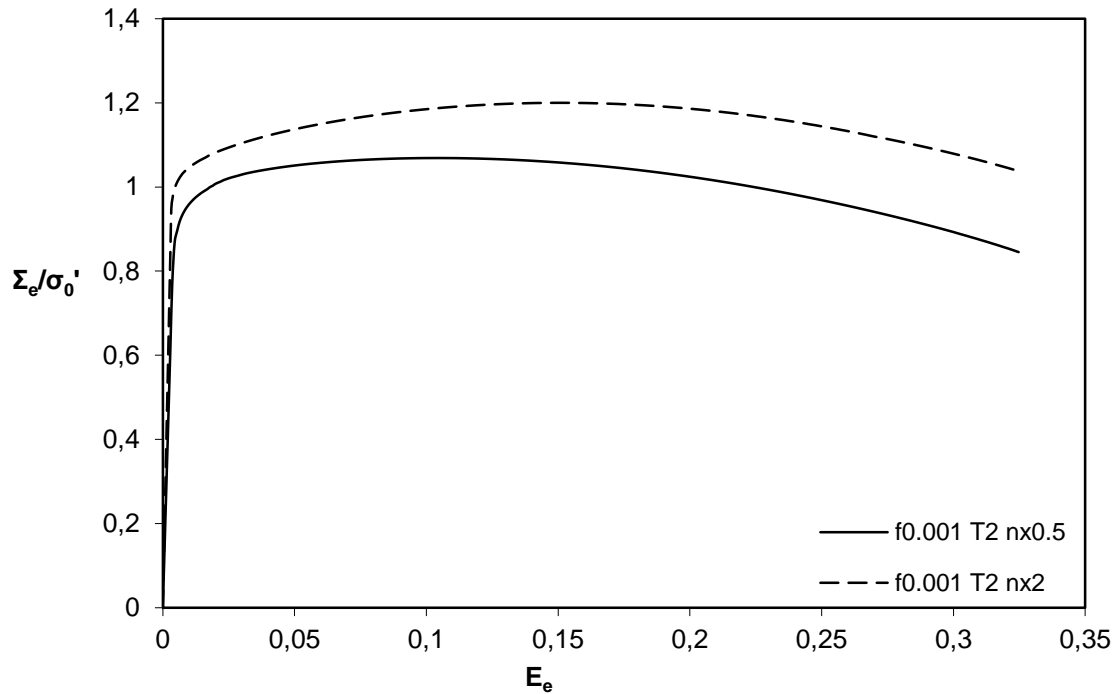


Figura 5.2.9: Tensión frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=2$ variando n .

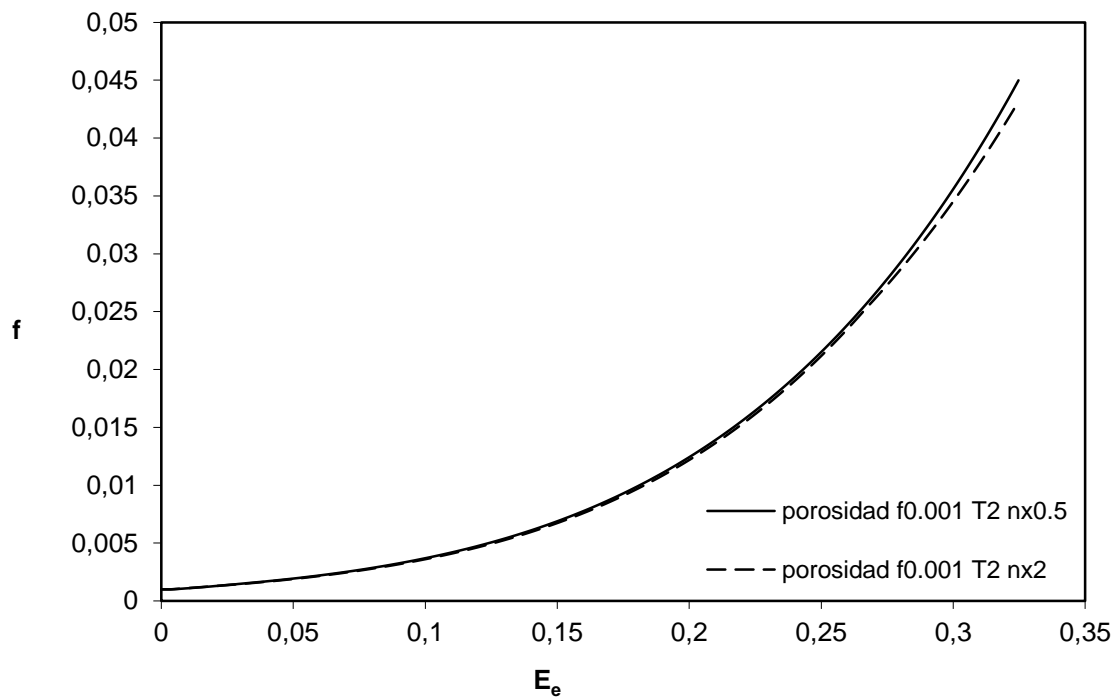


Figura 5.2.10: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=2$ variando n .

El aumento del parámetro C significa un endurecimiento del material mientras que implica un leve incremento en la porosidad.

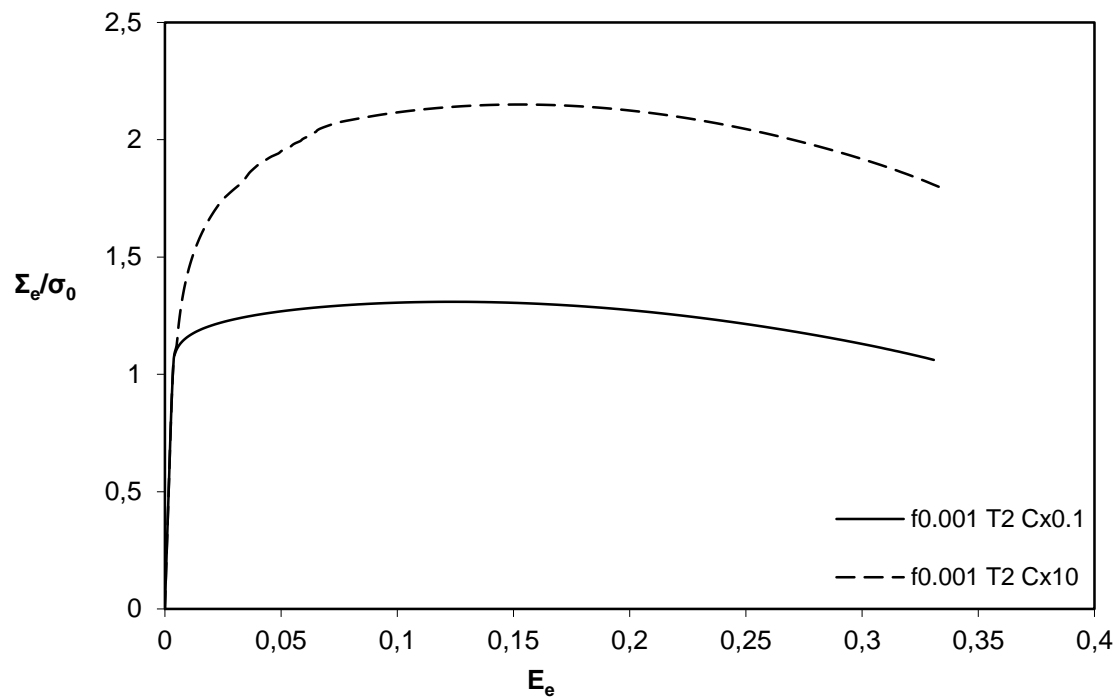


Figura 5.2.11: Tensión frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=2$ variando C.

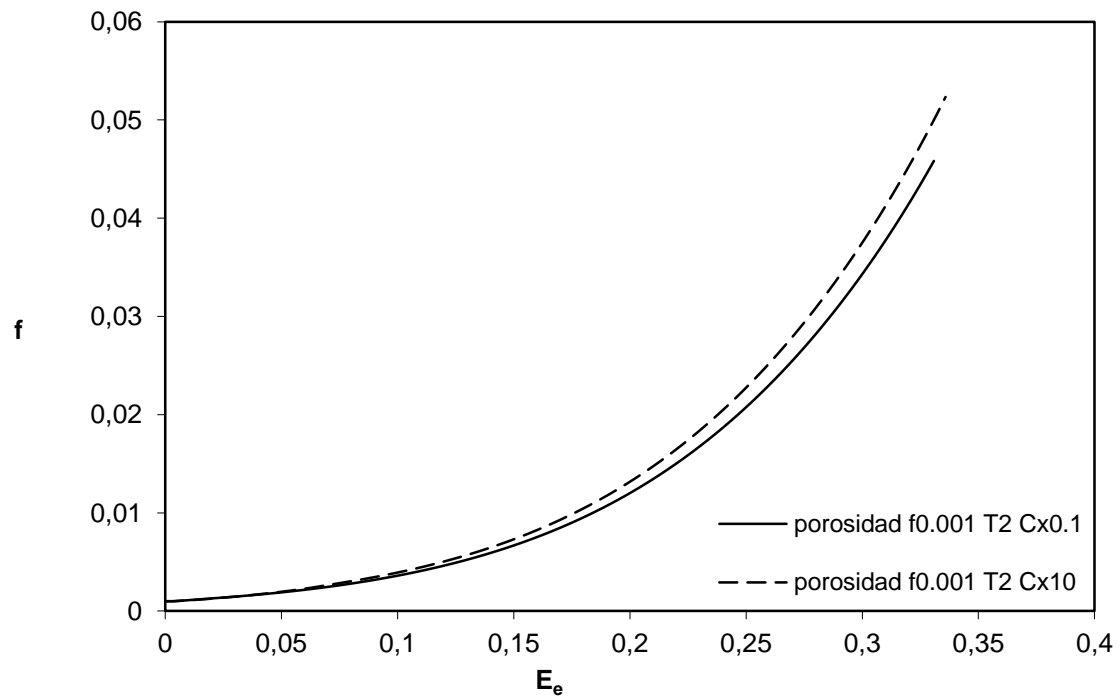


Figura 5.2.12: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=2$ variando C.

Si consideramos una porosidad inicial más alta ($f_0=0.0071$) encontramos que para el caso de baja triaxialidad el comportamiento de material es el mismo que para el caso de porosidad inicial más baja. Al aumentar el valor de n el material endurece y la porosidad apenas cambia.

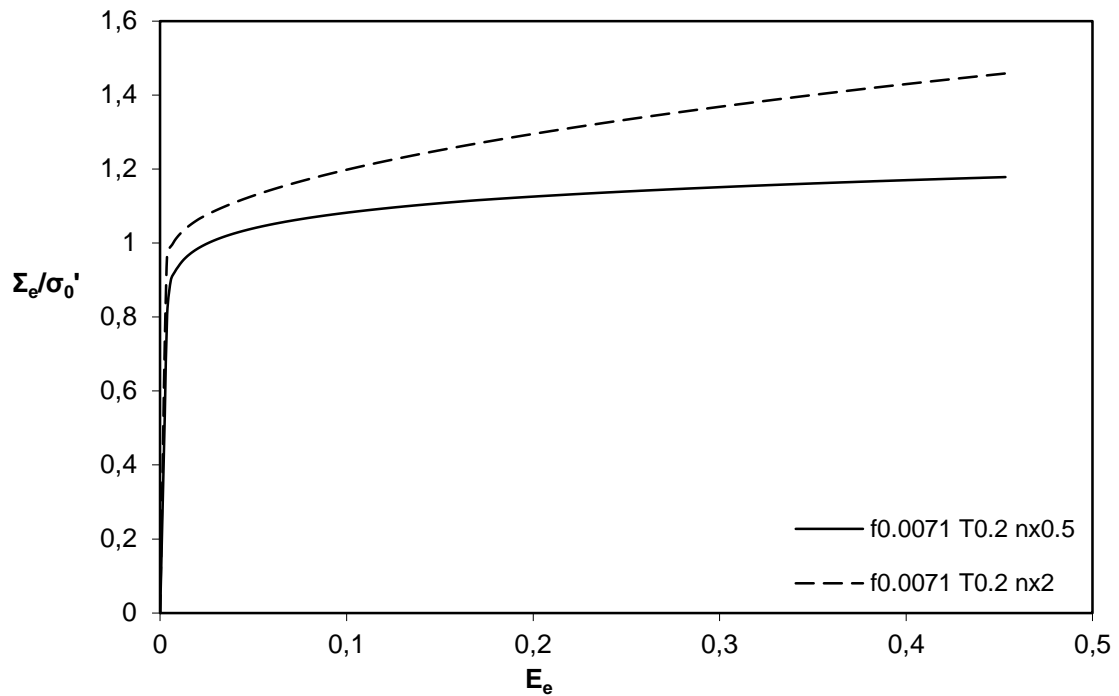


Figura 5.2.13: Tensión frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=0.2$ variando n .

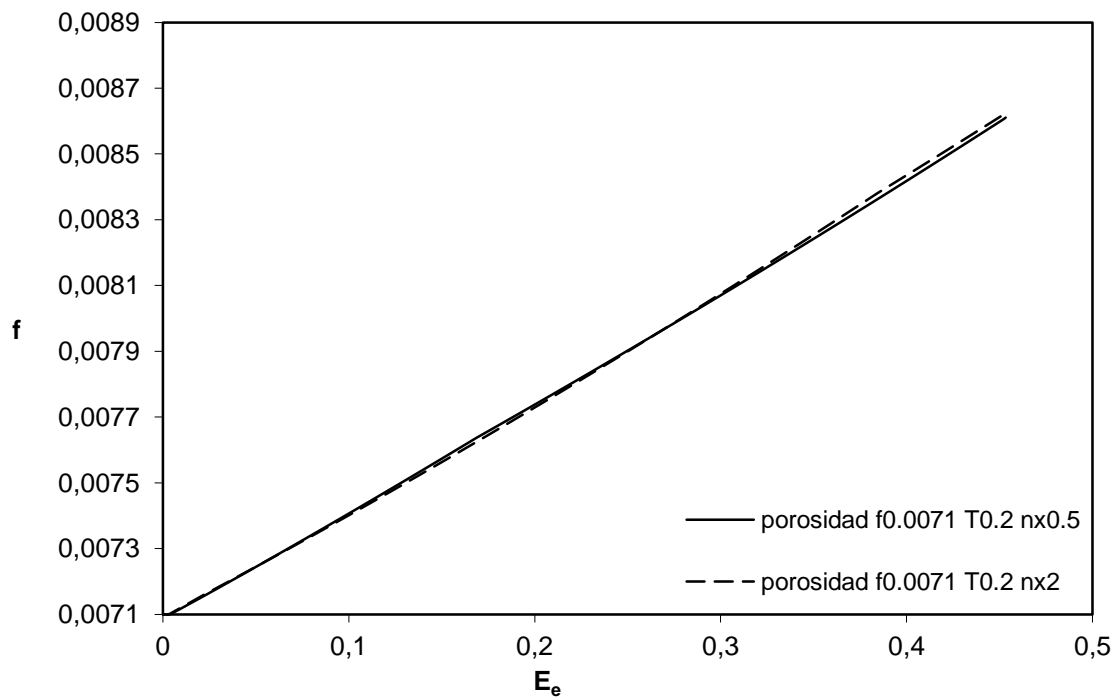


Figura 5.2.14: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=0.2$ variando n .

La variación de C en este caso de baja triaxialidad nos arroja las mismas conclusiones que la del parámetro n : unos resultados similares al caso de menor porosidad inicial. Un aumento del parámetro C implica un endurecimiento del material mientras que apenas afecta a la porosidad.

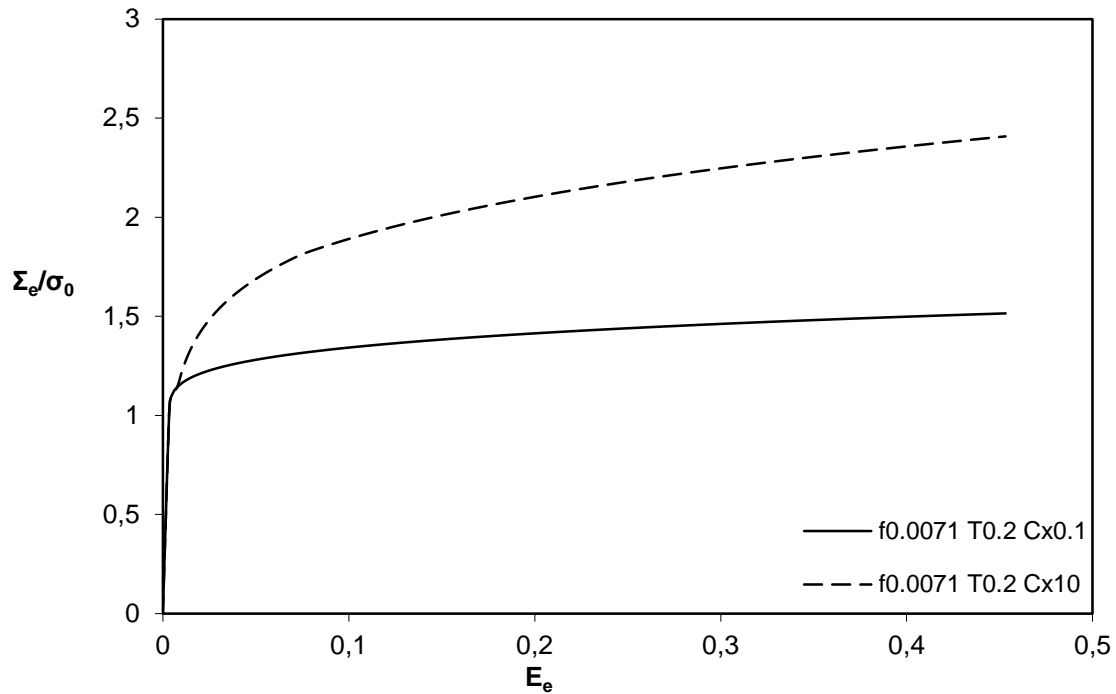


Figura 5.2.15: Tensión frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=0.2$ variando C .

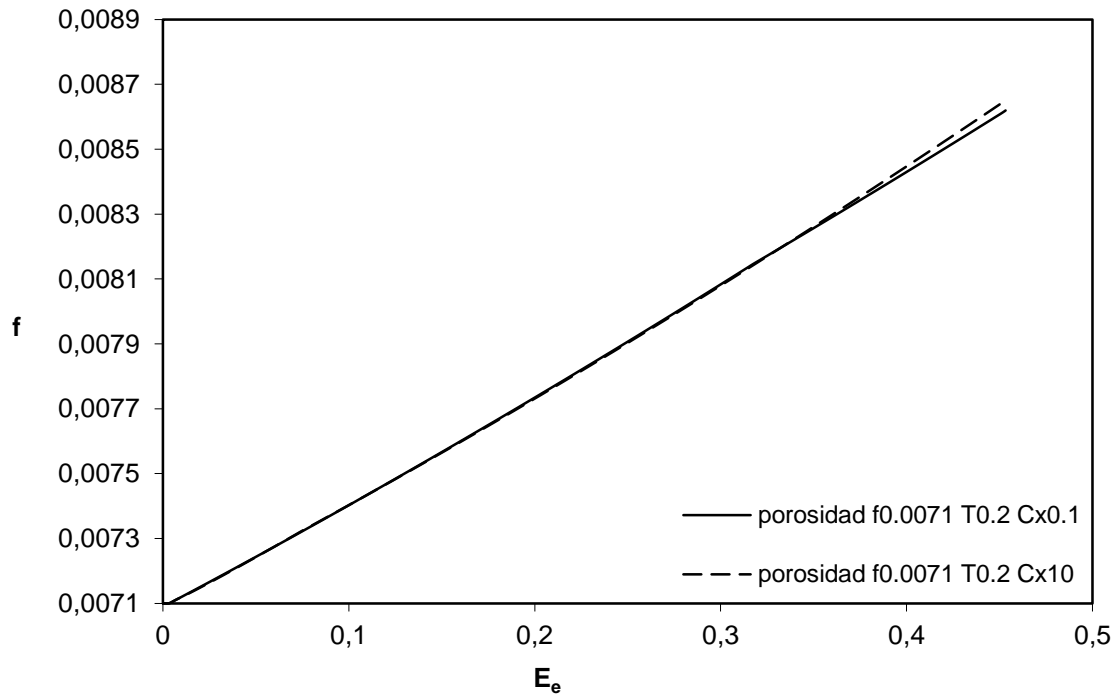


Figura 5.2.16: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=0.2$ variando C .

Para una triaxialidad de 1 observamos cómo se produce un endurecimiento del material al aumentar el parámetro n . Si comparamos estas gráficas con las del caso de baja porosidad inicial podemos ver como el material comienza a perder propiedades antes cuanto mayor es la porosidad inicial.

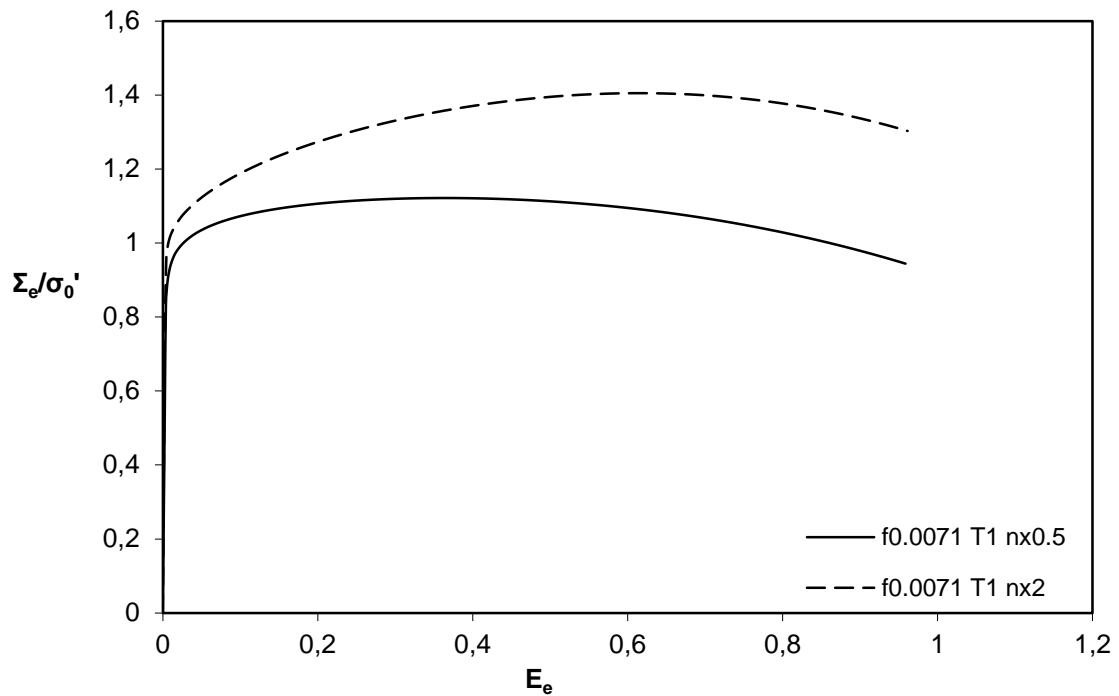


Figura 5.2.17: Tensión frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=1$ variando n .

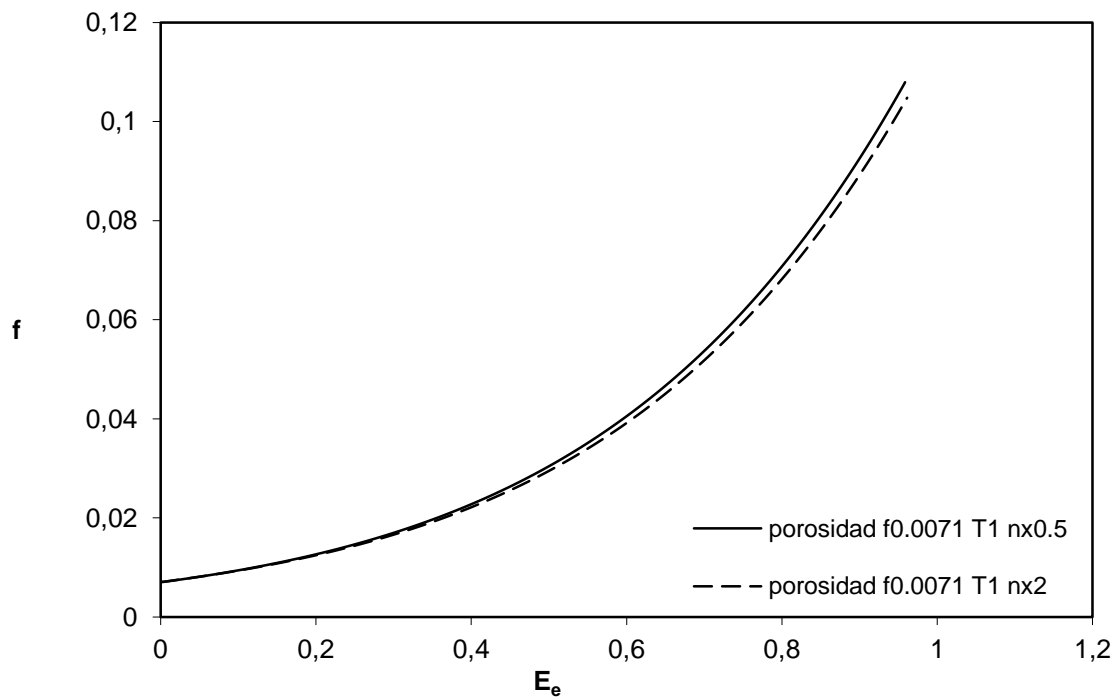


Figura 5.2.18: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=1$ variando n .

Un aumento en el parámetro C implica un endurecimiento del material y una menor porosidad. La pérdida de propiedades del material se produce a menor deformación cuando la porosidad inicial es más alta.

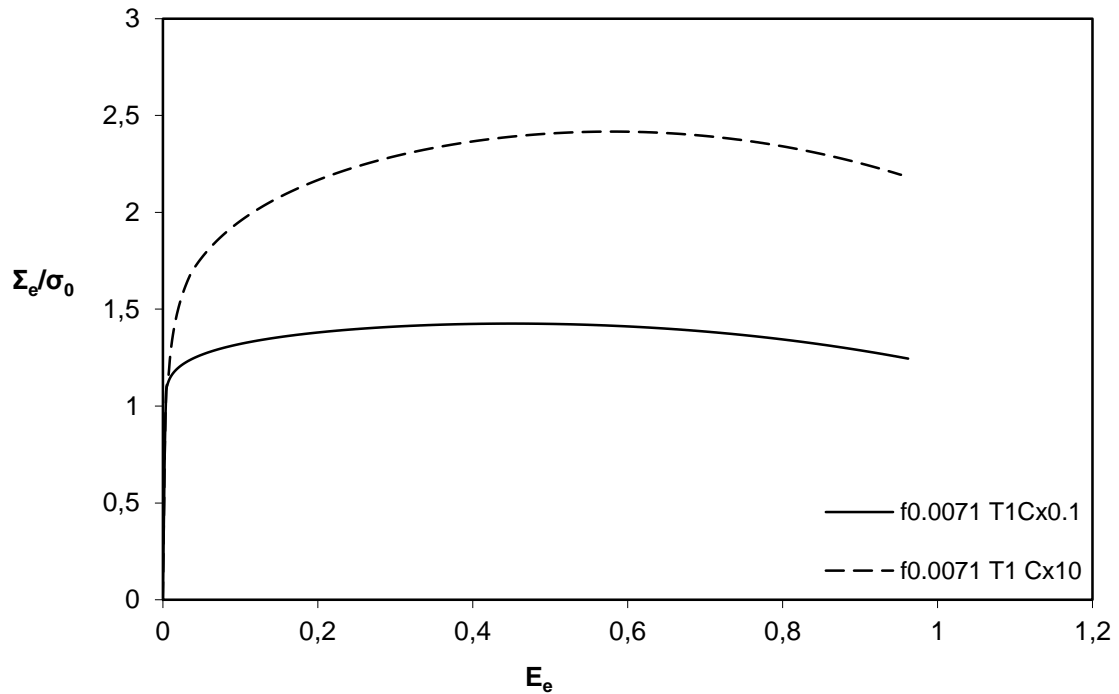


Figura 5.2.19: Tensión frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=1$ variando C.

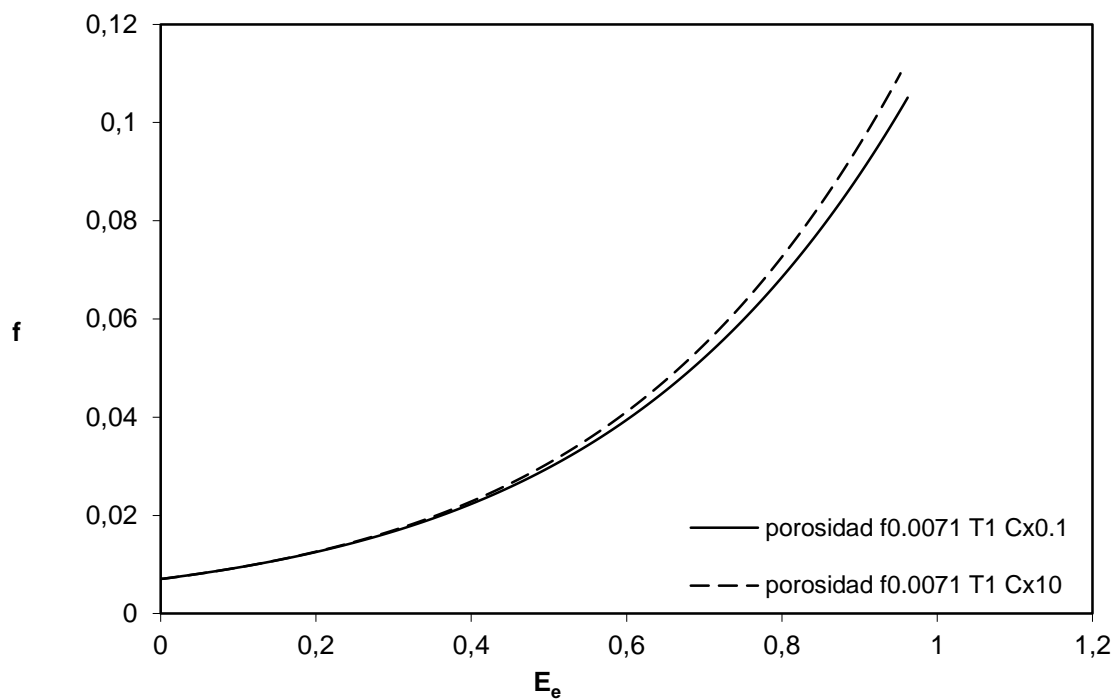


Figura 5.2.20: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=1$ variando C.

En el caso de triaxialidad 2 podemos comprobar como el aumento del parámetro n implica el endurecimiento del material mientras que en este caso la influencia en la porosidad es casi nula. Si lo comparamos con los resultados obtenidos de porosidades iniciales menores podemos ver una pérdida de propiedades a menor deformación así como menores tensiones máximas en el material.

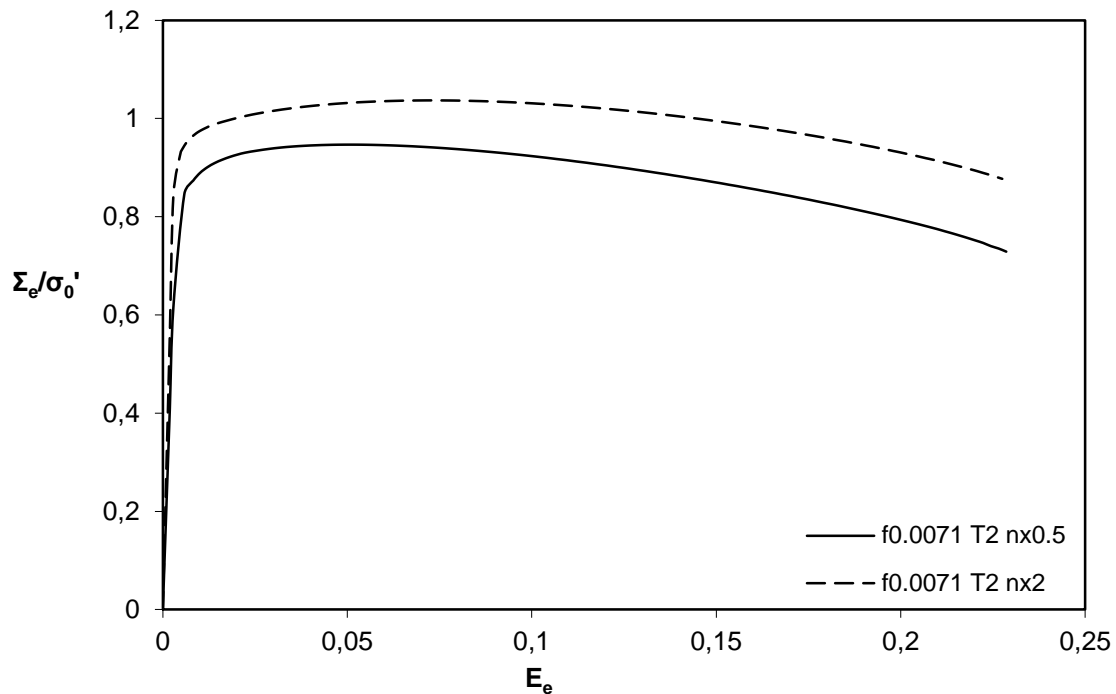


Figura 5.2.21: Tensión frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=2$ variando n .

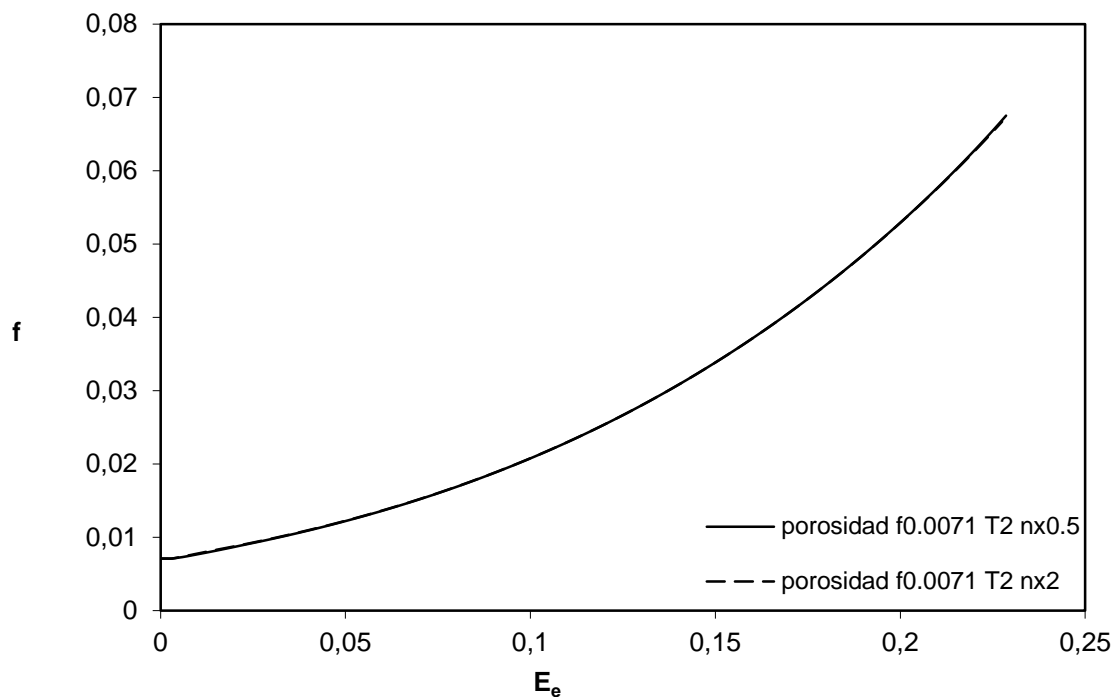


Figura 5.2.22: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=2$ variando n .

Un aumento del parámetro C implica un endurecimiento y un ligero aumento de la porosidad del material. Como en la variación de n al compararlo con porosidades iniciales menores observamos que las tensiones máximas a las que está sometido el material son menores y que el material falla antes para porosidades iniciales mayores.

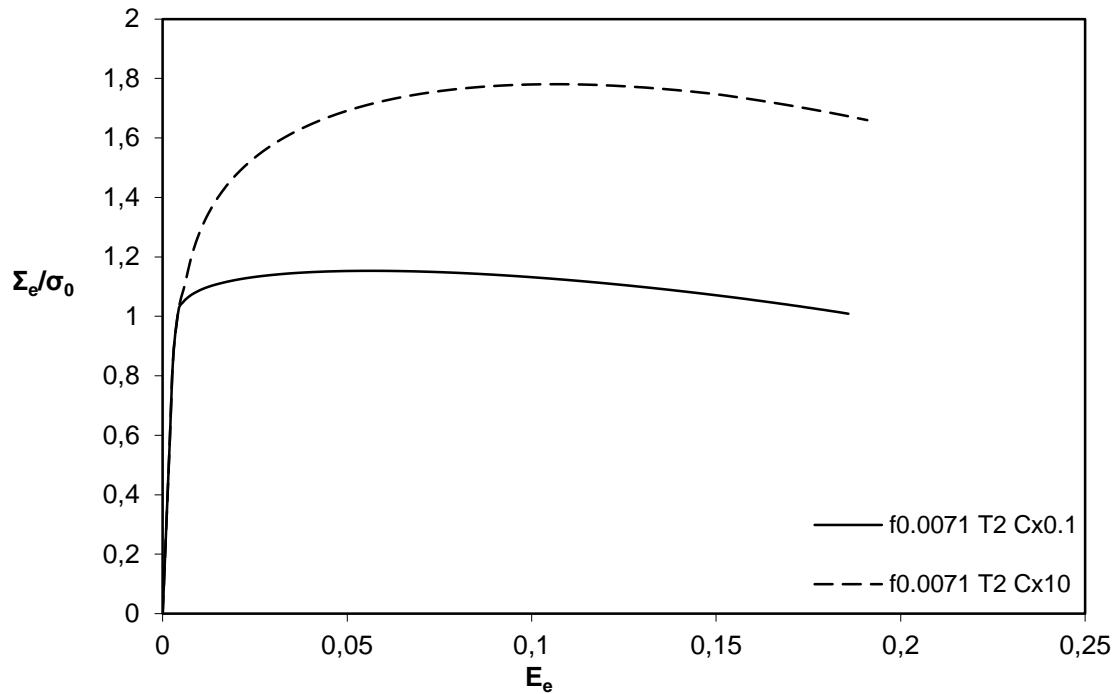


Figura 5.2.23: Tensión frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=2$ variando C.

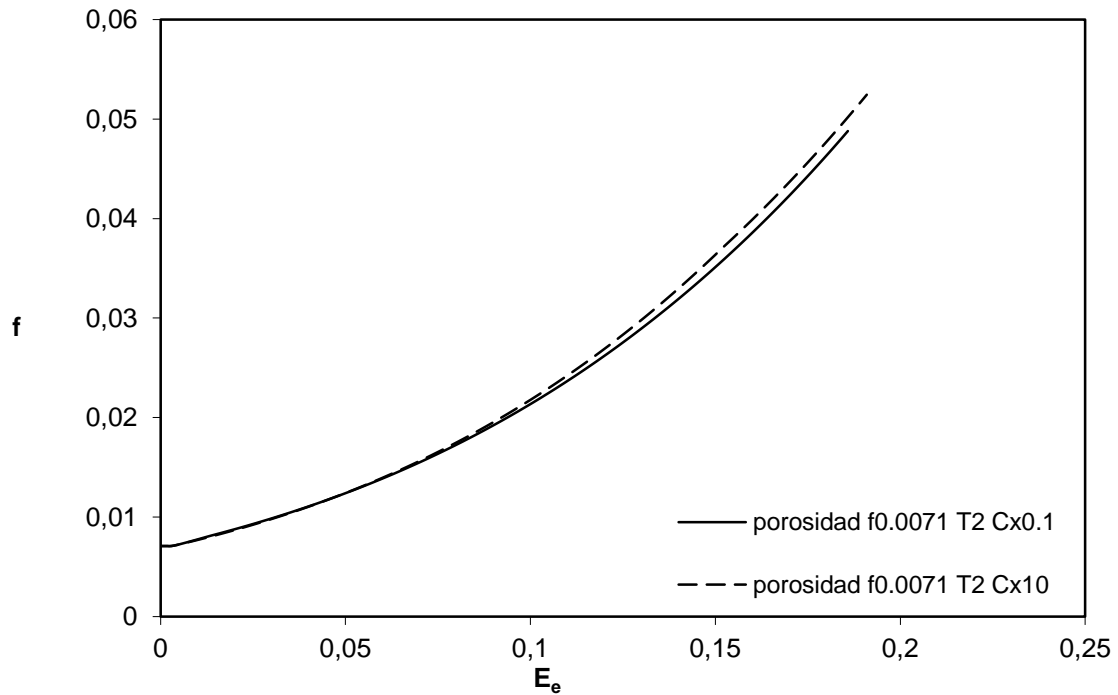


Figura 5.2.24: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=2$ variando C.

6. Adecuación de los parámetros de Gurson a un caso con dependencia con la velocidad de deformación

6.1 Modelización

Basándonos en los trabajos de Kim, Gao y Srivatsan [11] y Vadillo y Fernández-Sáez [10] el valor de los parámetros q_1 y q_2 del modelo de Gurson-Tvergaard dependen de la triaxialidad del estado tensional a la que está sometido el material y del volumen de daño inicial impuesto al mismo para un material cuya ley de endurecimiento depende sólo de la deformación, sin embargo, no depende del coeficiente de endurecimiento por deformación (parámetro n). En esta parte del trabajo se comprobará si los parámetros q_1 y q_2 utilizados hasta ahora ($q_1=1.25$ y $q_2=1$) en este trabajo dependen de la velocidad de deformación a la que está sometido el material.

Para comprobarlo se tomará la velocidad deformación plástica equivalente de referencia y se simulará lo que ocurre cuando toma los valores correspondientes a una décima parte y diez veces más de su valor en la tabla 4.1. Si llamamos a la variación de deformación plástica equivalente ($\dot{\epsilon}_0$) vardpe0 trabajaremos con unos valores $\text{vardpe0} \times 0.1 = 0.1 \text{s}^{-1}$ y $\text{vardpe0} \times 10 = 10 \text{s}^{-1}$.

Para ver la relevancia que tiene esta variación de deformación respecto a otras variables de las que sí se ha comprobado que dependen q_1 y q_2 se simulará el caso para una celda de porosidad inicial $f_0=0.001$ y otra de $f_0=0.0071$ con una triaxialidad baja de $T=0.2$ y otra alta de $T=2$ para cada caso de daño inicial.

6.2 Resultados

En la figura 6.2.1 podemos ver cómo las curvas de tensión obtenidas con los parámetros q_1 y q_2 utilizados para la celda sin hueco se aproximan bastante bien a las curvas obtenidas para la tensión de la celda con hueco. En el caso de la porosidad vemos en la figura 6.2.2 que a triaxialidad baja (0.2) las curvas obtenidas no ajustan bien puesto que el hueco a bajas triaxialidades crece inicialmente y después decrece y las curvas de la celda sin hueco no reflejan este comportamiento, esto es debido a que la subrutina utilizada para introducir el modelo de Gurson no refleja ese comportamiento.

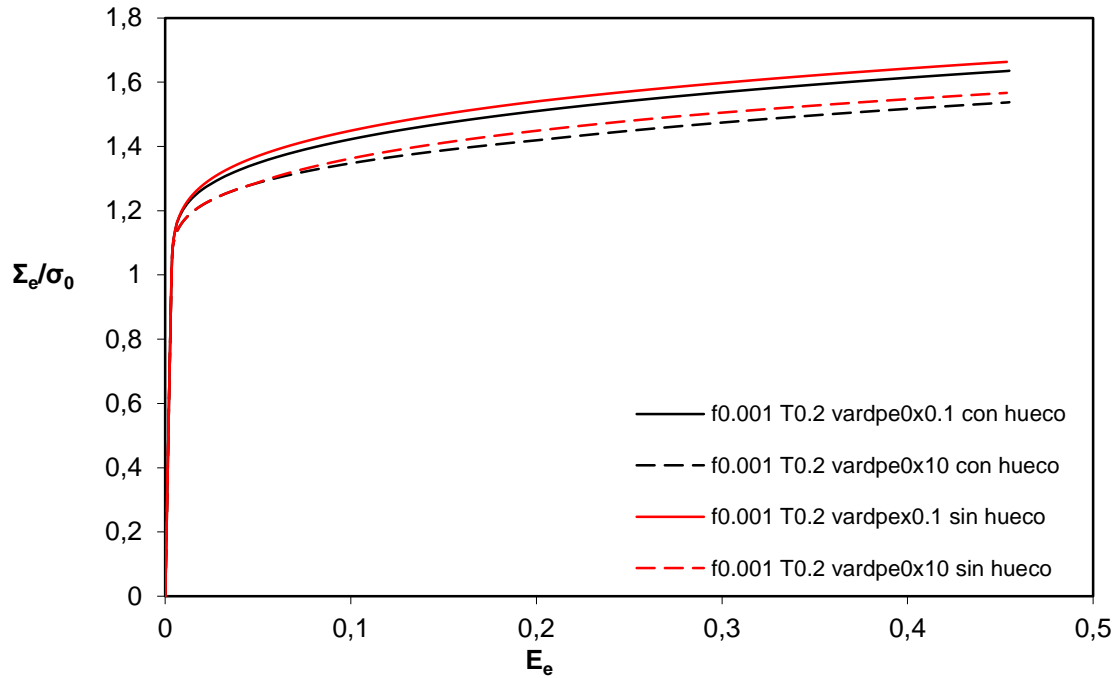


Figura 6.2.1: Tensión frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=0.2$ para celda con y sin hueco.

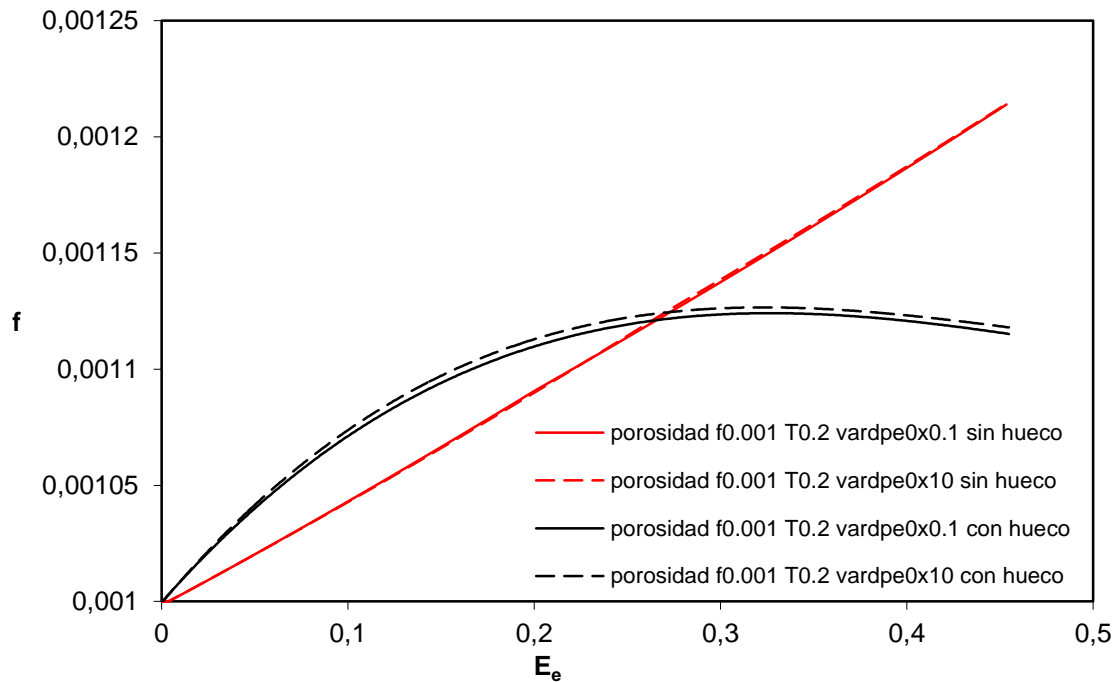


Figura 6.2.2: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=0.2$ para celda con y sin hueco.

Para el caso de alta triaxialidad se puede observar tanto en la figura 6.2.3 como en la 6.2.4 que el ajuste no es óptimo para los parámetros utilizados. Para el caso de la celda sin hueco el material sufre mayor endurecimiento del que debiera y el crecimiento del hueco es menor del que se produce en realidad.

Aun así si nos fijamos solo en la tendencia que siguen las gráficas vemos que en la curva de tensión al aumentar la velocidad de deformación tanto en la celda con hueco como en la que sigue el modelo de Gurson-Tvergaard se observa un incremento de tensión similar. En la curva de porosidad se observa un incremento al aumentar la velocidad de deformación más acentuado en el caso de la celda sin hueco.

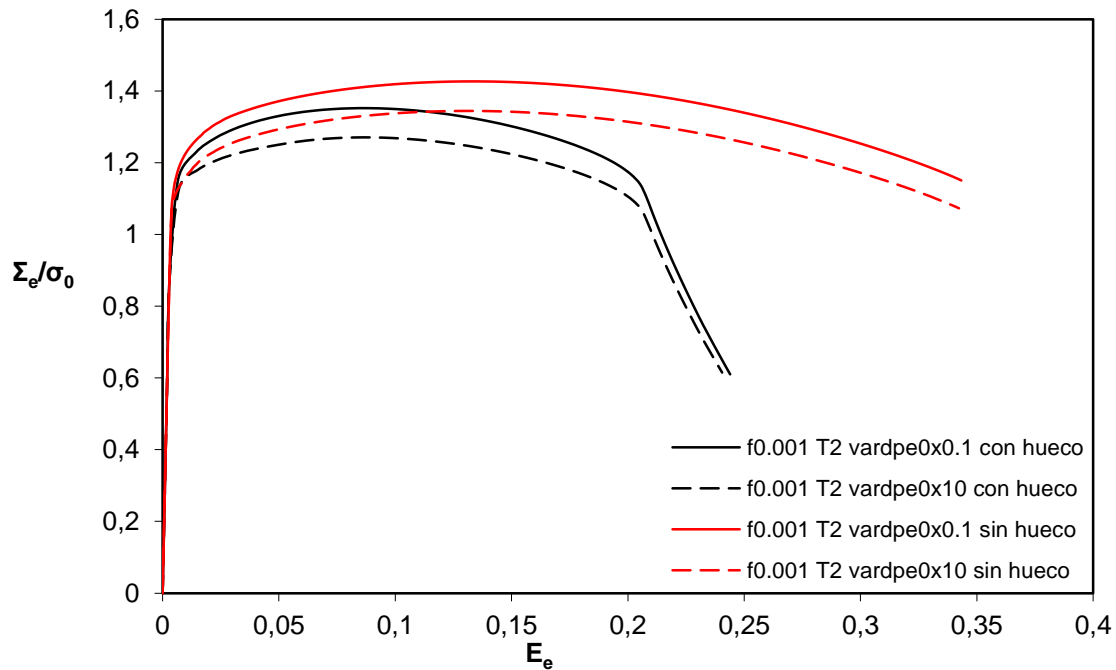


Figura 6.2.3: Tensión frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=2$ para celda con y sin hueco.

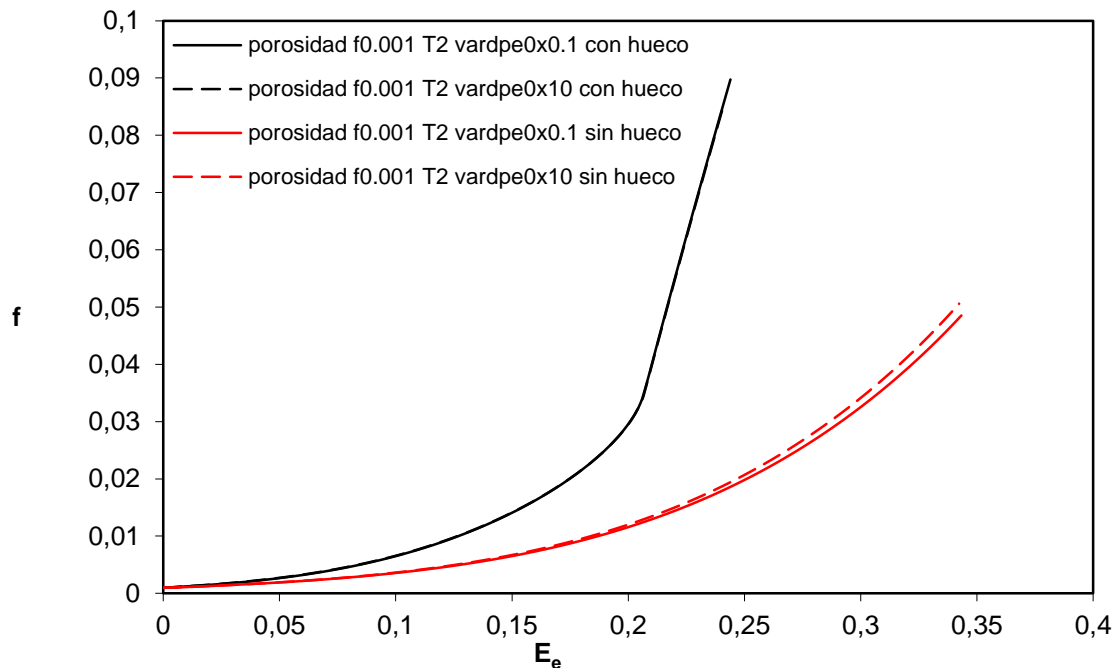


Figura 6.2.4: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.001$ y $T=2$ para celda con y sin hueco.

En el caso de mayor porosidad inicial ($f_0=0.0071$) podemos observar el mismo comportamiento que para el caso de menor porosidad. Las curvas de tensión de la celda sin hueco se aproximan bastante bien al de la celda con hueco y ambas presentan un endurecimiento similar al elevar la velocidad de deformación. Respecto al comportamiento de las curvas de porosidad ocurre lo mismo que para valores menores de porosidad inicial ya que el modelo de Gurson implementado no recoge el comportamiento que tiene el vacío a bajas triaxialidades.

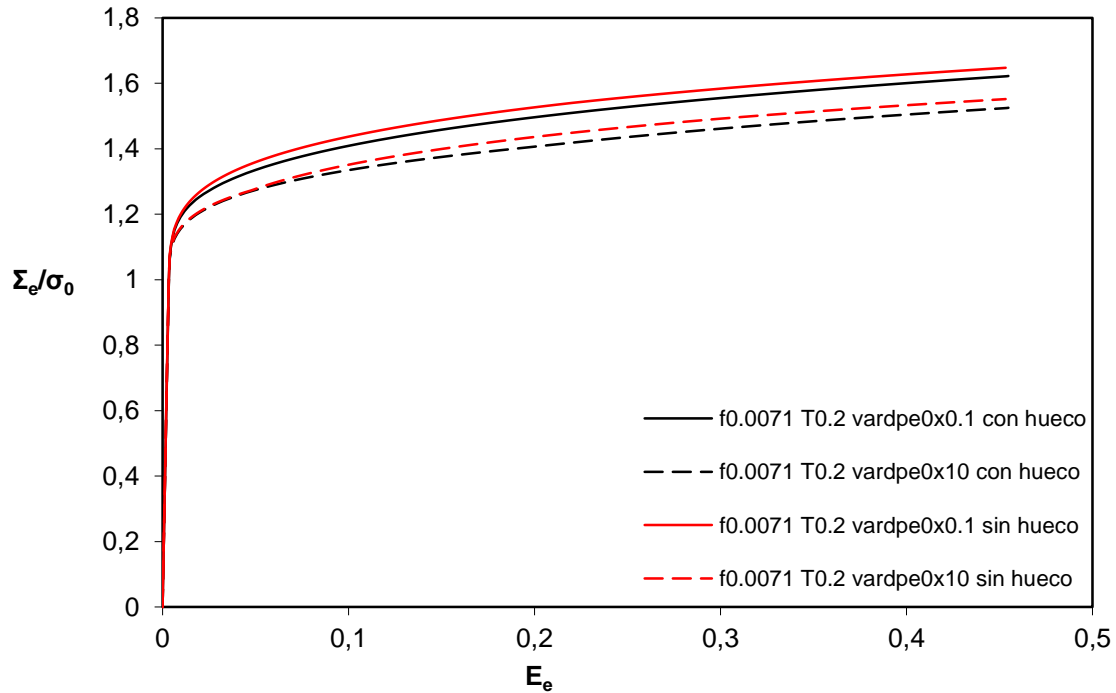


Figura 6.2.5: Tensión frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=0.2$ para celda con y sin hueco.

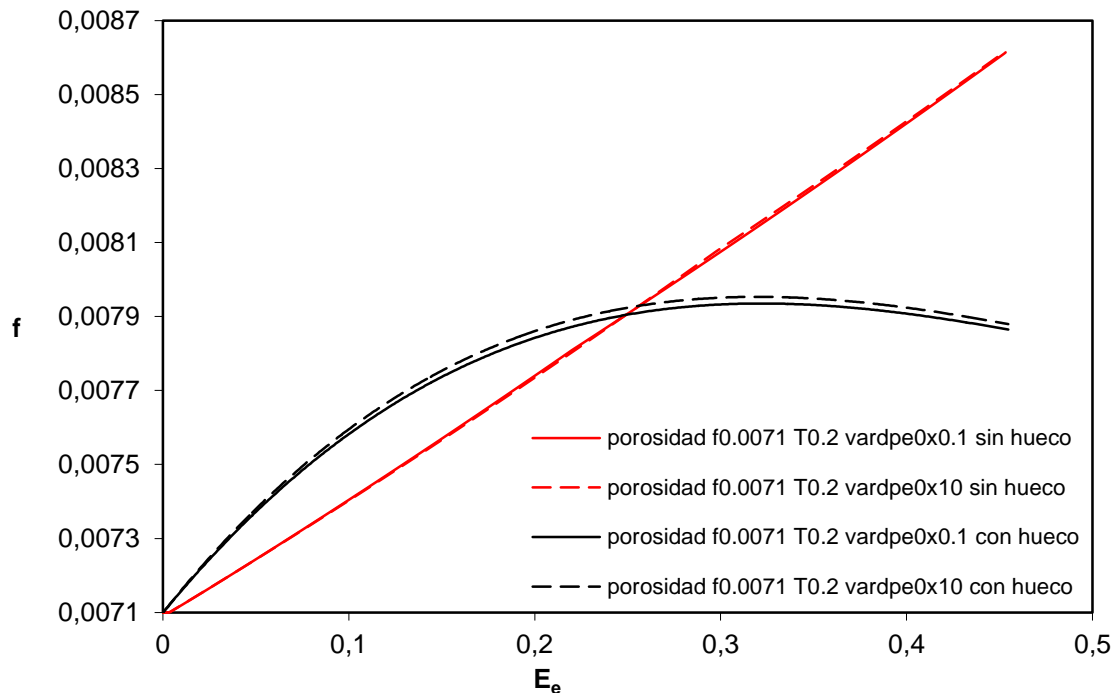


Figura 6.2.6: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=0.2$ para celda con y sin hueco.

Para el caso de alta triaxialidad podemos observar un comportamiento en las curvas tensión-deformación de la celda de Gurson-Tvergaard más alejado del comportamiento de la celda con hueco pero si nos fijamos en la tendencia general vemos que el aumento de la variación de deformación implica un aumento de tensión y un endurecimiento similares para ambas celdas. Fijándonos en las curvas de porosidad vemos un comportamiento que no se ajusta bien pero para ambas celdas tienen muy poca variación de porosidad con la velocidad de deformación.

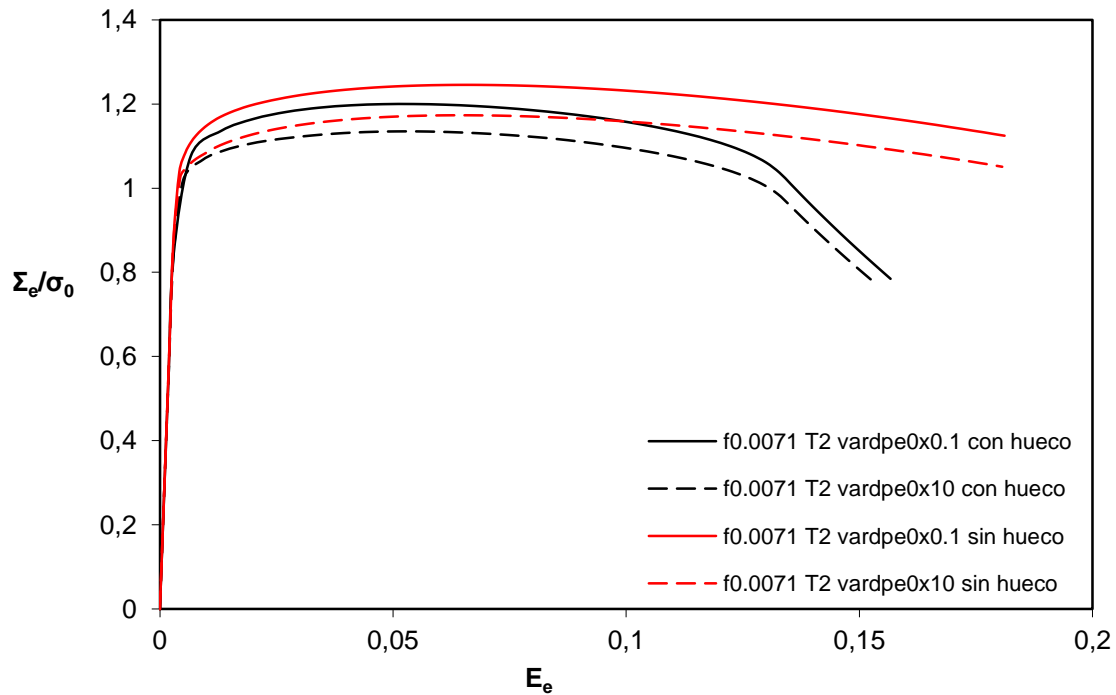


Figura 6.2.7: Tensión frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=2$ para celda con y sin hueco.

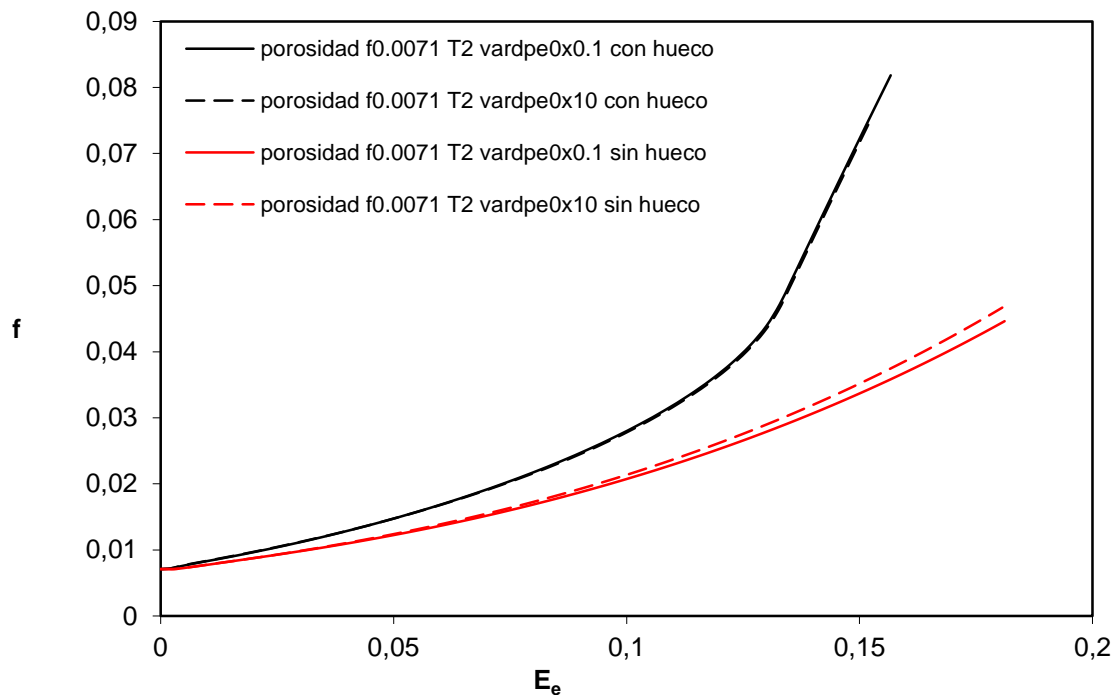


Figura 6.2.8: Porosidad frente a deformación para $f_0=0.0071$ y $T=2$ para celda con y sin hueco.

7. Conclusiones y trabajos futuros

7.1 Influencia de los parámetros n y C en el comportamiento del material.

Para el caso de la celda sin hueco según el modelo de Gurson-Tvergaard vemos que al haber utilizado el mismo modelo de comportamiento de Johnson-Cook que en la celda con hueco se produce el mismo comportamiento respecto al endurecimiento y al ablandamiento del material según se varíe la sensibilidad a la velocidad de deformación (parámetro C) y la sensibilidad a la deformación plástica (parámetro n).

Si comparamos los casos analizados podemos concluir que:

- Cuanto mayor es el volumen relativo de hueco inicial antes se produce el fallo del material.
- A bajas triaxialidades el hueco presenta un crecimiento lineal.
- Cuanto mayor es la triaxialidad a la que está sometido el material menor es la deformación necesaria para que se produzca el fallo.

Para el caso de la celda con hueco podemos concluir que un aumento en la sensibilidad a la velocidad de deformación (parámetro C) se traduce en un endurecimiento del material. Podemos observar que este fenómeno es totalmente lógico según la ecuación de comportamiento de Johnson-Cook del material.

$$\sigma_Y \propto 1 + C \ln \left(\max \left(1, \frac{\dot{\epsilon}^p}{\dot{\epsilon}_0} \right) \right) \rightarrow \uparrow C \text{ implica } \uparrow \sigma_Y$$

Por otra parte un aumento en la sensibilidad a la deformación plástica (parámetro n) se traduce en un endurecimiento del material y en un aumento del límite elástico del mismo.

Observando los distintos casos de fracción de hueco inicial y de triaxialidad analizados podemos concluir que:

- Cuanto mayor es el volumen relativo de hueco inicial antes se produce el fallo del material.
- A bajas triaxialidades el hueco no crece continuamente sino que alcanza un máximo y después comienza a disminuir.
- Cuanto mayor es la triaxialidad del estado tensional a la que está sometido el material a menores deformaciones se produce el fallo del mismo.
- Cuanto mayor es la triaxialidad menos bruscamente se produce el fallo del material.

7.2 Adecuación de los parámetros q_1 y q_2

Tomando los parámetros $q_1=1.25$ y $q_2=1$ y comparando los resultados obtenidos con ellos para distintos casos de daño inicial, triaxialidad y variación de deformación podemos ver cómo cada una de estas variables influye en el buen o mal ajuste que se obtiene con esos parámetros.

Si comparamos las curvas de distinta porosidad inicial entre sí podemos ver la influencia que tiene esta sobre q_1 y q_2 . A la vista de los resultados para ambas porosidades se observa un ajuste similar para los dos casos. Comparando las curvas que solo difieren en su triaxialidad se puede ver un gran desajuste al elevar la misma. Comparando en cada gráfica la influencia de la velocidad de deformación se observa en todos los casos la misma tendencia al elevarla.

Esto nos lleva a pensar que la variable que más influye en el ajuste de los parámetros q_1 y q_2 es la triaxialidad, y, aunque la porosidad inicial, la velocidad de deformación y el endurecimiento por deformación también influyen, tienen mucha menos relevancia que la triaxialidad.

7.3 Trabajos futuros.

Ante los problemas sufridos al introducir la influencia de la temperatura en la subrutina de usuario que se ha utilizado queda como trabajo futuro la depuración del código para poder obtener resultados que permitan analizar cómo influye la temperatura en el comportamiento de un material dúctil con una ley de comportamiento de Johnson-Cook siguiendo el modelo de Gurson-Tvergaard.

Otro punto a desarrollar en el futuro sería la aplicación de todo lo analizado no a celdas bidimensionales axisimétricas simplificadas sino a geometrías más complejas en las tres dimensiones del espacio.

En la última parte del trabajo se han considerado q_1 y q_2 parámetros constantes para ver cuánto influía la velocidad de deformación en el modelo, para hacer un análisis más exhaustivo de su influencia real se debería proceder al ajuste de los parámetros q_1 y q_2 teniendo en cuenta principalmente la triaxialidad, ya que es la variable que más influye, y también la velocidad de deformación y la temperatura.

8. Referencias (bibliografía)

- [1] Gurson, A.L., *Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth. Part I – Yield criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media*. Journal of Engineering Materials and Technology 99 (1977) 2-15.
- [2] Tvergaard, V. *On localization in ductile materials containing spherical voids*. International Journal of Fracture 18 (1982) 237-252.
- [3] Koplik, J. y Needleman, A. *Void growth and coalescence in porous plastic solids*. International Journal of Solids and Structures 24 (1988) 835-853.
- [4] Vadillo Martín, G. *Modelos de fractura dúctil en condiciones estáticas y dinámicas*. Tesis Doctoral, Universidad Carlos III de Madrid (2007).
- [5] Rousselier, G. *Ductile fracture models and their potencial in local approach of fracture*. Nuclear Engineering and Desing 105 (1987) 97-111.
- [6] Flores Le Roux, R.M. *Estudio de la propagación de fisuras en materiales dúctiles*. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid (2002).
- [7] Tvergaard, V. y Needleman, A. *Analysis of cup-cone fracture in a round tensile bar*. Acta Metall, 32 (1984) 157-169.
- [8] Ruiz-Castro Alcobendas, R. *Estudio paramétrico del proceso de corte ortogonal mediante el método de los elementos finitos: estudio de la influencia de los parámetros de la ley constitutiva de Johnson-Cook en los resultados globales y locales y de la cinemática de la formación de la viruta*. Proyecto Fin de Carrera, Universidad Carlos III de Madrid.
- [9] Tvergaard, V. *Influence of voids on shear band instabilities under plane strain conditions*. International Journal of Fracture 17 (1981) 389-407.
- [10] Vadillo, G. y Fernández-Sáez, J. *An analysis of Gurson model with parameters dependent on triaxiality based on unitary cells*. European Journal of Mechanics A/Solids 28 (2009) 417-427.
- [11] Kim, J., Gao, X. y Srivatsan, S. *Modeling of void growth in ductile solids: effects of stress triaxiality and initial porosity*. Engineering Fracture Mechanics 71 (2004) 379-400.
- [12] Jones, Robert M. *Deformation Theory of Plasticity*. Bull Ridge Corporation (2009).
- [13] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/a/a8/Yield_surfaces.png
- [14] nrajis.googlepages.com/DiagramasdeStress-strain.pdf

- [15] Abad Moralejo, D. *Análisis del efecto de la triaxialidad y del número de huecos en la evolución del daño dúctil*. Proyecto Fin de Máster, Universidad Carlos III de Madrid (2013).
- [16] Muñoz Sánchez, R. *Integración de las ecuaciones constitutivas de un modelo termoviscoplastico por métodos implícitos: implementación en código de elementos finitos*. Proyecto fin de Máster, Universidad Carlos III de Madrid (2008).
- [17] *ABAQUS/Standard v6.5 User's Manual*, ABAQUS Inc., Richmond, USA (2004).

Anexo I: Ecuaciones constitutivas del modelo de Gurson.

La velocidad de deformación total en el material es la suma de sus componentes elástica, plástica y térmica.

$$\dot{\mathbf{E}} = \dot{\mathbf{E}}^e + \dot{\mathbf{E}}^p + \dot{\mathbf{E}}^\theta \quad (\text{A. 1})$$

La derivada objetiva del tensor de tensiones se puede relacionar con la velocidad de deformación elástica por medio del tensor \mathbf{C} como indica la ecuación A.2.

$$\dot{\boldsymbol{\Sigma}} = \mathbf{C} : \dot{\mathbf{E}}^e = \mathbf{C} : (\dot{\mathbf{E}} - \dot{\mathbf{E}}^p - \dot{\mathbf{E}}^\theta) \quad (\text{A. 2})$$

donde \mathbf{C} es el tensor elástico de cuarto orden según la ecuación A.3:

$$\mathbf{C} = 2G\mathbf{I}' + K\mathbf{1} \otimes \mathbf{1} \quad (\text{A. 3})$$

siendo \mathbf{I}' es el tensor unitario desviador definido en la ecuación A.6, $\mathbf{1} \otimes \mathbf{1}$ es el producto externo del tensor identidad de segundo orden por sí mismo y G y K se definen en las ecuaciones A.4 y A.5 siendo E el módulo de Young y ν el coeficiente de Poisson.

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (\text{A. 4})$$

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (\text{A. 5})$$

$$\mathbf{I}' = \mathbf{I} - \frac{1}{3}\mathbf{1} \otimes \mathbf{1} \quad (\text{A. 6})$$

siendo \mathbf{I} el tensor identidad de cuarto orden y $\mathbf{1}$ el tensor identidad de segundo orden.

Para establecer la evolución de la deformación plástica se usa la regla de normalidad de la ecuación A.7.

$$\dot{\mathbf{E}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (\text{A. 7})$$

donde $\dot{\lambda}$ es un multiplicador plástico y $\frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$ un gradiente que indican respectivamente la magnitud y la dirección de la variación de deformación plástica en la deformación.

La variación de la deformación térmica se expresa según la ecuación A.8.

$$\dot{\mathbf{E}}^{\theta} = \alpha \dot{\theta} \mathbf{1} \quad (\text{A. 8})$$

siendo α el coeficiente de expansión térmica y $\dot{\theta}$ la variación de temperatura.

La equivalencia de trabajo plástico viene dada por la ecuación A.9.

$$(1 - f) \sigma_Y \dot{\bar{\epsilon}}^p = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\mathbf{E}}^p \quad (\text{A. 9})$$

Integrando en t la variación de deformación plástica equivalente obtenemos la deformación plástica equivalente según la ecuación A.10.

$$\bar{\epsilon}^p = \int_0^t \dot{\bar{\epsilon}}^p(\tau) d\tau \quad (\text{A. 10})$$

Para escribir la variación de densidad del material según la ecuación A.11 se ha aplicado el principio de conservación de la masa (ecuación A.12) y la definición de velocidad de deformación volumétrica (ecuación A.13).

$$\dot{\rho} + \rho \dot{\mathbf{E}} : \mathbf{1} = 0 \quad (\text{A. 11})$$

$$\rho V = \text{cte} \rightarrow \dot{\rho} V + \rho \dot{V} = 0 \quad (\text{A. 12})$$

$$\dot{\mathbf{E}}^{vol} = \dot{\mathbf{E}} : \mathbf{1} = \frac{\dot{V}}{V} \quad (\text{A. 13})$$

donde ρ es la densidad del material y V es el volumen total de material.

Utilizando el balance de energías de la ecuación A.14 se puede calcular el aumento de temperatura que sufre el material por disipación plástica en condiciones adiabáticas.

$$\rho C_p \dot{\theta} = \chi \boldsymbol{\sigma} : \dot{\mathbf{E}}^p \quad (\text{A. 14})$$

siendo C_p el calor específico del material y χ el coeficiente de Quinney-Taylor.

La evolución de la porosidad se divide en tres etapas: nucleación de vacíos, crecimiento de los mismos y por último coalescencia entre ellos. Este proceso ocurre de manera simultánea en el material, con huecos creciendo y juntándose mientras nuclean otros nuevos. Para modelarlo se utilizan las siguientes expresiones:

El parámetro f se corresponde con el volumen de vacíos que hay respecto al volumen total según A.15 con V_h el volumen de huecos y V_m el volumen de la matriz:

$$f = \frac{V_h}{V_m + V_h} \quad (\text{A. 15})$$

La variación de la porosidad es la suma de la velocidad de nucleación de nuevos huecos y la velocidad de crecimiento de los ya existentes según A.16:

$$\dot{f} = \dot{f}_{\text{nucleación}} + \dot{f}_{\text{crecimiento}} \quad (\text{A. 16})$$

La velocidad de **nucleación** de microvacíos se puede expresar generalmente con la función de la ecuación A.17.

$$\dot{f}_{\text{nucleación}} = A\bar{\varepsilon}^p + B(\dot{\sigma}_Y + \dot{\Sigma}_h) \quad (\text{A. 17})$$

siendo los parámetros A y B representaciones probabilísticas según las ecuaciones A.18 y A.19.

$$A = \frac{f_N}{s_N\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\varepsilon}^p - \bar{\varepsilon}_N}{s_N} \right)^2 \right] \quad (\text{A. 18})$$

$$B = \frac{f_N}{s_N\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_Y + \Sigma_h - \sigma_N}{s_N} \right)^2 \right] \quad (\text{A. 19})$$

donde s_N es la desviación estándar, f_N es la amplitud y $\bar{\varepsilon}_N$ y σ_N son la media de la distribución para A y B respectivamente.

La velocidad de **crecimiento** de los huecos se puede obtener derivando la expresión que nos da la porosidad (ecuación A.16) respecto al tiempo:

$$\dot{f}_{\text{crecimiento}} = \frac{\dot{V}_h V_m - \dot{V}_m V_h}{(V_h + V_m)^2} \quad (\text{A. 20})$$

Para simplificar se considera que las deformaciones elásticas son despreciables frente a las plásticas y la deformación plástica de la matriz no provoca cambio de volumen ($\dot{V}_h^e = \dot{V}_m^e = 0$, $\dot{V}_m^p = 0$).

Aplicando esto obtenemos la expresión A.21.

$$\dot{f}_{\text{crecimiento}} = \frac{(\dot{V}_h^p + \dot{V}_h^\theta)V_m - \dot{V}_m^\theta V_h}{(V_h + V_m)^2} \quad (\text{A. 21})$$

indicando los superíndices θ y p que la variación de volumen es debida a la temperatura y a la deformación plástica respectivamente.

Los cambios de volumen debidos a la temperatura cumplen la relación de la expresión A.22.

$$\frac{\dot{V}_h^\theta}{V_h} = \frac{\dot{V}_m^\theta}{V_m} = 3\alpha\dot{\theta} \quad (\text{A. 22})$$

Sabiendo que la definición de deformación plástica volumétrica viene dada por la expresión A.23 y teniendo en cuenta A.22 podemos introducirlo en la expresión A.20 para obtener la variación de porosidad por crecimiento según la ecuación A.24.

$$\dot{\mathbf{E}}_{vol}^p = \frac{\dot{V}_h^p}{(V_h + V_m)} \quad (\text{A. 23})$$

$$\dot{f}_{\text{crecimiento}} = \frac{\dot{V}_h^p V_m}{(V_h + V_m)^2} = (1 - f)\dot{\mathbf{E}}_{vol}^p = (1 - f)\dot{\mathbf{E}}^p: \mathbf{1} \quad (\text{A. 24})$$

Para saber si se produce o no **coalescencia** se recurre al criterio de coalescencia de Thomason que indica que no se produce si se cumple la ecuación A.25 y sí se produce coalescencia cuando se cumple la ecuación A.26.

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_Y} < \left(\gamma \left(\frac{1}{r} - 1 \right)^2 + \frac{\beta}{\sqrt{r}} \right) (1 - \pi r^2) \quad (\text{A. 25})$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_Y} = \left(\gamma \left(\frac{1}{r} - 1 \right)^2 + \frac{\beta}{\sqrt{r}} \right) (1 - \pi r^2) \quad (\text{A. 26})$$

siendo r una medida de la fracción de ligamento ocupada por los poros definida según A.27 y σ_1 la tensión principal máxima.

$$r = \frac{\sqrt{\frac{3f}{4\pi} \exp(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)}}{\frac{\sqrt{\exp(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)}}{2}} \quad (\text{A. 27})$$

donde ε_1 , ε_2 y ε_3 son las deformaciones principales y γ y β vienen dados por la expresión A.28.

$$\gamma = 0.12 + 1.68N, \quad \beta = 1.2 \quad (\text{A. 28})$$

siendo N el coeficiente de endurecimiento de la ley de Ramberg-Osgood: $\bar{\sigma} = \sigma_0 \left(\frac{\bar{\varepsilon}^p}{\varepsilon_0} \right)^N$

Las condiciones de carga-descarga de Kuhn-Tucker son:

$$\dot{\lambda} \geq 0 \quad \Phi \leq 0 \quad \dot{\lambda}\Phi = 0 \quad (\text{A. 29})$$

Para carga elástica o descarga se cumple la ecuación A.30. Para carga plástica el estado tensional del material se encuentra sobre la superficie de fluencia y se cumplen las ecuaciones A.31 y A.32, conocida esta última como condición de consistencia.

$$\dot{\lambda} = 0 \quad (\text{A. 30})$$

$$\dot{\lambda} > 0, \quad \Phi = 0 \quad (\text{A. 31})$$

$$\dot{\Phi}(\Sigma_e, \Sigma_h, \sigma_Y, f^*) = 0 \quad (\text{A. 32})$$

Para llevar a cabo la integración consistente del modelo de Gurson se extraen de las ecuaciones anteriores las que forman un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales de primer orden siendo las nueve siguientes:

$$\dot{\Sigma} = \mathbf{C} : \dot{\mathbf{E}}^e = \mathbf{C} : (\dot{\mathbf{E}} - \dot{\mathbf{E}}^p - \dot{\mathbf{E}}^\theta)$$

$$\sigma_Y = \sigma_Y(\bar{\varepsilon}^p, \dot{\bar{\varepsilon}}^p, \theta)$$

$$\dot{\mathbf{E}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$$

$$(1 - f)\sigma_Y \dot{\bar{\varepsilon}}^p = \boldsymbol{\sigma} : \dot{\mathbf{E}}^p$$

$$\bar{\varepsilon}^p = \int_0^t \dot{\bar{\varepsilon}}^p(\tau) d\tau$$

$$\dot{\rho} + \rho \dot{\mathbf{E}} : \mathbf{1} = 0$$

$$\rho C_p \dot{\theta} = \chi \boldsymbol{\sigma} : \dot{\mathbf{E}}^p$$

$$\dot{f} = \dot{f}_{\text{nucleación}} + \dot{f}_{\text{crecimiento}}$$

$$\dot{\lambda} \geq 0 \quad \Phi \leq 0 \quad \dot{\lambda}\Phi = 0$$

Para conocer el estado del sistema en un tiempo determinado se parte de un instante anterior t en el que se conoce el valor de las variables y se calcula cuánto valen en el instante $t+1$ haciendo que se cumplan las ecuaciones de consistencia del modelo. Para esto se utilizan algoritmos de retorno extendidos, en este caso, a problemas termoviscoplasticos.

El algoritmo consiste en predecir las tensiones que se producirán como una resta de una tensión de prueba σ_{t+1}^{trial} y una de retorno $\sigma\Delta^{retorno}$ según la ecuación A.33 para que el estado final no se encuentre fuera de la superficie de fluencia.

$$\sigma_{t+1} = \sigma_{t+1}^{trial} - \sigma\Delta^{retorno} \quad (A. 33)$$

En la figura A.1 se puede ver un esquema en el que se calcula el valor de σ_{t+1}^{trial} suponiendo que solo se produce un incremento elástico de las deformaciones. Si eso es cierto la función de plastificación tendrá un valor menor o igual a cero y el cálculo finalizará tomando los valores de las variables obtenidos. Si el valor de la función de plastificación es superior a cero significará que se han producido deformaciones plásticas y se procederá a calcular $\sigma\Delta^{retorno}$ para que el estado de tensiones final se encuentre en la superficie de fluencia $\Phi_{n+1}=0$.

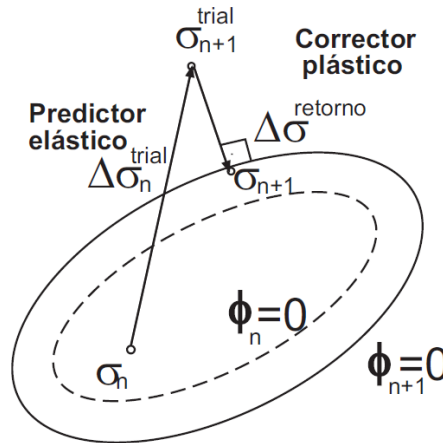


Figura A.1: Esquema del algoritmo de retorno.[4]

El valor de $\sigma\Delta^{retorno}$ se calcula discretizando las ecuaciones utilizando el método de Backward-Euler y resolviéndolas mediante el método iterativo de Newton-Raphson [16].